

Aktive Regelung eines Linearmotors mit dominanten mechanischen Resonanzstellen

Von der Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

D i s s e r t a t i o n

von

M. Sc. Jorge Torrez Torres

aus Coatzacoalcos, Ver., Mexiko

Eingereicht am:	17. Juni 2002
Mündliche Prüfung am:	15. April 2003
Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. W.-R. Canders

2004

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand am Institut für Regelungstechnik der Technischen Universität Braunschweig. Sie wurde im Rahmen eines Stipendiums des Deutschen Akademischen Austauschdienstes finanziell unterstützt.

Mein besonderer Dank gilt dem Institutsleiter und Betreuer meiner Arbeit, Herrn Prof. Dr.-Ing. Walter Schumacher, für die immerzu engagierte und freundliche Betreuung sowie für die Förderung dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolf-Rüdiger Canders vom Institut für elektrische Maschinen, Antriebe und Bahnen (IMAB) danke ich für die Übernahme der Mitberichterstattung und für die wertvollen Hinweise.

Für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes danke ich Herrn Prof. em. Dr.-Ing. Dr. h.c. Werner Leonhard.

Weiterhin möchte ich den Mitarbeitern des Instituts danken, die mit ihrer Unterstützung zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen haben. Herrn Dr.-Ing. Sönke Kock danke ich für die sehr nützlichen Hinweise.

Ganz besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Klaus Peter Jaschke sowie allen Mitarbeitern des Instituts für Regelungstechnik für das sorgfältige Korrekturlesen.

Schließlich möchte ich mich bei meinen Eltern und meinem Freundeskreis bedanken, dass sie mich all die Jahre auch über große Entfernungen vielfältig unterstützt und motiviert haben.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	III
Symbolverzeichnis	VIII
Kurzfassung	X
1 Einleitung	1
1.1 Stand der Technik	2
1.2 Ziel der Arbeit	4
2 Grundbegriffe	7
2.1 Experimentelle Modalanalyse	7
2.2 Resonanzen und Antiresonanzen	9
2.3 Modelle	10
2.4 Strukturelles Modell zweiter Ordnung	11
2.4.1 Nodal Modell	12
2.4.2 Modales Modell	12
2.5 Strukturelles Modell im Zustandsraum	14
2.5.1 Nodal Modell	15
2.5.2 Modal Modell	16
2.6 Spillover	19
2.7 Frequenzgangfunktionen mechanischer Systeme	20
2.8 Der piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer	24
3 Regelungskonzepte	28
3.1 Alternative Regelungskonzepte	28
3.1.1 Deadbeat-Regler	28
3.1.2 PID-Regler	29

3.1.3	PID-Regler plus Aufschaltung der Differenzgeschwindigkeit	29
3.1.4	H_∞ - und H_2 -Regler	30
3.1.5	Zustandsregler	30
3.2	Optimale Zustandsregelung	30
3.2.1	Matrix-Ricatti-Algorithmus	34
3.3	Stromregelung	35
3.3.1	Einsatz der Methode	37
3.4	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	39
4	Elastisches Zwei-Massen-Modell	41
4.1	Schubmittelpunkt und Schwerpunkt des dünnwandigen geraden Balkens	42
4.1.1	Schubmittelpunkt des Versuchs	44
4.2	Parameteridentifizierung des mechanischen Teiles	44
4.2.1	Identifiziertes Modell	47
4.2.2	Gemessene Steifigkeit	51
4.3	Zustandsmodell	51
4.4	Zustandsgrößenbeobachter reduzierter Ordnung	52
4.5	Positionsregelung des schwingungsfähigen Systems	54
4.5.1	Ermittlung der Rückführung	54
4.6	Eingangssignal	57
4.7	Simulation	58
5	Elastisches Drei-Massen-Modell	61
5.1	Strukturelle Modifikation des Versuchs	61
5.1.1	Veränderung der Resonanzen wegen einer Erweiterung der Endmasse	61
5.2	Schubmittelpunkt und Schwerpunkt	63
5.2.1	Schwerpunkt der Endmasse	63
5.3	Torsions-Biegeschwingungen	66
5.3.1	Lösung des Torsions-Biegeschwingungsproblems von Matsuno	66
5.3.2	Messung der Torsionsschwingung	66
5.4	Lösung durch eine Pseudobiegeschwingung	68
5.5	Elastisches Modell	71

5.5.1	Bedeutung der Masse m_3 beim Modell der Pseudobiegeschwingung	75
5.6	Unvollständige optimale Zustandsregelung	76
5.7	Simulation	79
6	Reglerauslegung bei veränderlichem Ort der Endmasse	81
6.1	Veränderung der Resonanzen wegen verschiedener Positionen der Endmasse	81
6.1.1	Veränderung der Steifigkeit	82
6.2	Modell der Regelstrecke	84
6.3	Regelung	89
6.3.1	Gesteuerter adaptiver Regler	91
6.3.2	Lineare Interpolation	92
6.4	Simulation	93
7	Experimentelle Ergebnisse	94
7.1	Zustandsregler und Spillover	94
7.2	Unvollständiger Zustandsregler	95
7.2.1	Robustheit bei verschiedenem Abstand L	97
8	Zusammenfassung	100
8.1	Ausblick	101
	Literatur	103

Symbolverzeichnis

A	Systemmatrix der linearen Zustandsdarstellung
A_{cg}	charakteristische Gleichung
A_f	Nenner einer Regelstrecke
A_{fm}	Nenner eines Modells
$A(w)$	Massenfrequenzgang
a	Beschleunigung
a_i	Beschleunigung der Masse i
B	Eingangsmatrix der linearen Zustandsdarstellung
B_f	Zähler einer Regelstrecke
B_{fm}	Zähler eines Modells
$B1$	horizontaler Balken
$B2$	vertikaler Balken
b	Dämpfung
b_i	Dämpfung i
C	Ausgangsmatrix der linearen Zustandsdarstellung
\mathcal{C}	Steuerbarkeit
D	Durchgangsmatrix der linearen Zustandsdarstellung
d_i	Verschiebung der Masse i
F	Kraft
f	Kraft
I	Einheitsmatrix
i	Index
j	optimales Gütefunktional
j^L	optimales Gütefunktional ohne Nebenbedingungen
Ka	Kraftkonstante des Linearmotors
Ki	Zustandsrückführung i
k	Federsteifigkeit
k_i	Federsteifigkeit i

L	Abstand zwischen der Masse m_1 und Endmasse
m	Masse
m_i	Masse i
\mathcal{O}	Beobachtbarkeit
Q_1	Zustandsbewertungsmatrix
Q_2	Bewertungsmatrix des Stellvektors
R	Polynom der Diophantine-Gleichung
\mathbf{r}	Profilschwerpunkt
r_{Mi}	Lage des Massenmittelpunktes des Körpers i
\mathbf{r}_{yS}	Koordinate des Schwerpunktes auf der y-Achse
\mathbf{r}_{zS}	Koordinate des Schwerpunktes auf der z-Achse
S	Hilfsvariable für die Sweep-Methode
S	Polynom der Diophantine-Gleichung
T	Polynom der Diophantine-Gleichung
T_e	Zeitkonstante des Stromregelkreises
T_s	Abtastzeit
\dot{x}	zeitliche Ableitung
u	Stellgröße
u_c	Führungsgröße
v	Geschwindigkeit
w_o	Eigenfrequenz
x	Verschiebung
x_g	messbare Zustandsgrößen
x_n	nicht messbare Zustandsgrößen
$Y(w)$	Dämpfungsfrequenzgang
y	Regelgröße
y_M	Schubmittelpunkt auf der y-Achse
$\alpha(w)$	Steifigkeitsfrequenzgang
λ	Lagrangesche Multiplikatoren

Kurzfassung

In dieser Arbeit werden die aus der Bewegung entstehenden Schwingungen an einem Linearmotor unterdrückt. Der Linearmotor ist mit zwei Balken bestückt und stellt damit ein Modell für eine Bestückungsmaschine dar. Die folgenden Ziele werden erreicht:

- Bedämpfung der zwei ersten Eigenformen der Anordnung
- hohe Positionierungsgenauigkeit

Die Arbeit ist in drei Teile gegliedert. Zuerst wird der Linearmotor nur mit einem Balken und eine Masse am freien Ende des Balkens bestückt. Daraus wird nur eine Eigenschwingung bei hohen Geschwindigkeiten des Linearmotors erregt. Ein Regler für ein Modell fünfter Ordnung für dieses System wird entwickelt, der diese erste erregte Eigenschwingung bedämpft.

Im zweiten Schritt wird ein zusätzlicher Balken an der Endmasse der Anordnung quer ergänzt, damit wird eine zweite Eigenschwingung erregt. Die zweite Eigenform dieser Schwingung ist eine Torsionsschwingung, da der Profilschwerpunkt der Endmasse nicht mit dem des Schubmittelpunkts des ersten Balkens übereinstimmt. Für die Unterdrückung dieser Torsionsschwingung wird die resultierende Verschiebung bzgl. dieser Torsionsschwingung betrachtet, als ob sie von einer Biegeschwingung hervorgerufen würde. Diese Methode wird in dieser vorliegenden Arbeit Pseudobiegeschwingung genannt. Damit wird das Modell fünfter Ordnung für die Regelstrecke in ein Modell siebter Ordnung überführt. Wieder wird ein Regler entwickelt, der die beide Eigenschwingungen unterdrückt.

Und schließlich wird die gesamte Endmasse entlang des ersten Balkens verschoben. Das bewirkt Veränderungen der Steifigkeit dieses Balkens, neue Werte für die beiden erregte Eigenschwingungen resultieren. Dafür wird zusätzlich eine einfache Regelung aus dem Gebiet der adaptiven Regler verwendet. Dieser neue Regler wird gesteuerte adaptive Regler genannt.

Die Methode der Dreiteilung zur Identifizierung der Regelstrecke wurde aus dem Bereich der experimentellen Modalanalysis übernommen. Bestandteil der Arbeit ist ein Verfahren zum Reglerentwurf, das ein allgemeines quadratisches optimales Gütefunktional für die Auslegung der Rückführungen verwendet. Die Art der Regelung, die in dieser Arbeit verwendet wird, bezeichnet man als *aktive Regelung*, da die mechanischen Eigenfrequenzen im Bereich der Bandbreite der Regelung liegen. Die experimentellen Ergebnisse bestätigen die Leistungsfähigkeit und die regelungstechnischen Möglichkeiten des optimalen Regelkonzepts.

1 Einleitung

Die seit einigen Jahren stetig steigenden Anforderungen nach hoher Geschwindigkeit, niedrigen Kosten und niedrigem Energieverbrauch bei hoher Genauigkeit und Zuverlässigkeit begründen die Anwendung von leichten Strukturen und flexiblen Robotern.

Eine große Begrenzung für die Verwendung dieser Systeme stellen die Elastizitäten der mechanischen Teile dar. Die teilweise last- und positionsabhängigen Elastizitäten der mechanischen Übertragungsglieder ergeben zusammen mit den angekoppelten Massen ein schwingungsfähiges System.

Um die Effekte derartiger Elastizitäten zu minimieren, gibt es zur Zeit zwei allgemeine Strategien:

Die erste basiert auf einer Optimierung der Schwingungseigenschaften des dynamischen Systems in der Phase des technischen Entwurfs. Hier können Struktur- und Systemparameter aus konstruktiver Sicht in sinnvollen Grenzen verändert werden, wie zum Beispiel steifere Bauweisen.

Die zweite Strategie wird in betriebsbereiten Systemen durchgeführt. Hier werden wieder zwei Alternativen eingesetzt. Die erste basiert auf einer Steuerung, die aus einem geformten Eingangssignal besteht. Das Eingangssignal vermeidet die Anregung der Eigenfrequenzen des Systems und wird passive Form genannt. Die zweite Strategie basiert grundsätzlich auf einer Regelung, die die Dynamik des Systems beeinflusst. Sie wird die aktive Form genannt, da die Eigenfrequenzen des Systems innerhalb der Bandbreite der Regelung liegen. In dieser Arbeit wird die aktive Form verwendet.

Die Reglerauslegung auf Basis von mathematischen Modellen für hohe Dynamik und Leistung bereitet häufig Schwierigkeiten aufgrund der Modellunsicherheiten, variierender Last am Endeffektor und Vernachlässigung der Dynamik der hohen Frequenzen (Spillover).

Deswegen wird nach einfachen und robusten Regelungsalgorithmen gesucht, die Stabilität und gute Performance gewährleisten. In dieser Arbeit wird ein Regler entwickelt, der sowohl Stabilität als auch eine akzeptable Regelgüte bei minimalem Modellierungsaufwand gewährleistet.

1.1 Stand der Technik

Die Nachfrage nach schnellen Werkzeugmaschinen ist nicht mehr durch die herkömmlichen Spindel-Muttersysteme in Verbindung mit rotierenden Motoren zu befriedigen. Daher ist im letzten Jahrzehnt das Interesse an der Integration von Linearmotoren in Werkzeugmaschinen gewachsen. Verschiedene Regelungsstrategien wie die LQR¹-Regelung und Kompensation der Ripple-Kraft durch eine Steuerung [4] zeigen ein sehr gutes Verhalten. In [51] wurde mittels einer lernenden Steuerung und einer Rückführung eine Positionsregelung vorgestellt. Klassische Kaskadenregelungen wie P-, PI-, PT₁-PI sind in [7, 30] zu finden.

Bei komplexen Systemen tritt mit steigender Geschwindigkeit das Schwingungsproblem aufgrund der Elastizitäten auf. Lösungen für dieses Problem werden in drei große Bereiche geteilt:

- Optimierung der Konstruktion
- Vorsteuerung und Rückführung
- Einsatz von aktiven Regelungen

In der ersten Kategorie wird die Optimierung schwingungsfähiger Systeme in der Entwurfsphase durchgeführt. Ziel dieser Entwurfsoptimierungen ist eine optimale Konstruktion zu finden, die Eigenfrequenzen zu hohen Frequenzen zu verschieben oder die Dämpfung zu erhöhen. Optimal kann die Konstruktion genannt werden, wenn sie anwendungsspezifischen Forderungen wie Masse, Steifigkeit und Dämpfung sowie den gewünschten Schwingungseigenschaften des Systems wie Eigenfrequenzen, Amplituden und Abklingzeiten genügt. Diese enorm aufwendige Optimierung der Systemparameter wird meistens durch Finite-Elemente-Rechnungen durchgeführt. Diese Optimierungsprozesse werden in [10, 33] vorgestellt. Ein Limit für die Effizienz der Parameteroptimierung mit FEM sind die Modellierungs- und Eingabeaufwände. Einerseits

¹Linear Quadratic Regulator

verlangen solche Programme gute Vorkenntnisse und Erfahrung, andererseits ist die Einarbeitung langwierig und für spezielle Probleme im konstruktiven Bereich unwirtschaftlich.

In der zweiten Kategorie ist eine Rückführung im Regelkreis verfügbar. Über die Vorsteuerung wird die Unterdrückung der Schwingungen gewährleistet. Man spricht hierbei von einer passiven Lösung. Es gibt bei diesem Verfahren verschiedene Entwurfsmethoden. In [44] ist eine Lösung durch sinusförmige Funktionen zur Vorsteuerung beschrieben. Sie erlaubt eine bessere Auswahl des Frequenzinhalts des Steuerungssignals. Drei verschiedene Steuerungssignale wurden in [57] auf einer Plattform einer Halbleiterscheibe mit gutem Erfolg implementiert. Die erste Methode ist ein ruckbegrenztes Eingangssignal als Vorsteuerung. Die Grundidee ist, den Anteil hoher Frequenzanteile im Spektrum durch die Abnahme des Rucks des Eingangssignals zu minimieren. Die zweite Methode benutzt ein Transversalfilter, um Frequenzinhalte aus dem Eingangssignal zu entfernen, und bei der dritten wird anhand von Fourierreihen ein Zweipunkteingangssignal mit begrenzter Geschwindigkeit approximiert.

In [54] wird die Führungsgröße durch eine Inversion des nicht kausalen Modells generiert. Hier wurde auch die Begrenzung der Aktoren berücksichtigt. Eine Technik zur Vermeidung der Erregung struktureller Resonanzen arbeitet wie ein Notchfilter. Sie wurde in [52, 61] entwickelt. Im Prinzip handelt es sich hier um eine Faltung zwischen einer erwünschten Führungsgröße und einer Impulsfolge. Das Produkt dieser Faltung ist die aktuelle Führungsgröße für das gesamte System.

Der Einsatz von aktiven Regelungen für die Unterdrückung von Schwingungen in elastischen Strukturen und Robotern wird in der letzten Zeit mit intensivem Interesse untersucht. Dafür werden eine Reihe verschiedener Sensoren für die Erfassung der Schwingungen verwendet:

- Dehnungsmessstreifen „DMS“
- Beobachter
- Laser-Diode-Module und PSD²
- Piezoelektrische Elemente als struktureller Aktuator/Sensor („Smart Structure“)

²Position Sensitive Device

- Beschleunigungssensoren

Luo [37], Matsuno [42] und Sakawa [58] haben das Problem von gekoppelten Torsions- und Biegeschwingungen eines Balkens mit Endmasse untersucht. Sakawa und Luo haben theoretisch demonstriert, dass die gekoppelten Schwingungen gleichzeitig durch einen einzigen Motor unterdrückt werden können. Dafür haben sie analytische Gleichungen anhand der Theorie der Evolutionsgleichung entwickelt, die beide Schwingungsmoden modellieren. Im Gegensatz dazu hat Matsuno gekoppelte Torsion-Biegeschwingungen eines Balkens mit Endmasse praktisch mit Hilfe von zwei Motoren unterdrückt. Dafür hat er entkoppelte Differentialgleichungen für die Modellierung der beiden Moden entwickelt. Für diese experimentelle Untersuchung hat Matsuno DMS verwendet.

Die Unterdrückung von Biegeschwingungen bei einfachen Balken haben Luo [38] und Baicu [2] mit Hilfe verschiedener Regler durchgeführt. Luo hat anhand zusätzlicher Messung der Scherung mit Hilfe eines PI-Reglers Schwingungen in einem kartesischen Roboter unterdrückt. Baicu hat den Backstepping-Boundary-Regler bei einem Balken mit kleiner Endmasse erfolgreich eingesetzt. Neuronale Netzwerke wurden für die Unterdrückung von Vibrationen auf einer Smart-Struktur von Yang [68] eingesetzt.

Eine einfache Methode, um einen Regler für eine flexible Struktur zu entwickeln, ist die Ausführung einer Rückführung. Aber selten ergibt diese Methode eine zufriedenstellende Systemdynamik. Wenn der Aufbau des Systems und die Dynamik der erregten Eigenfrequenzen nicht komplex sind, ist man in der Lage eine besondere Art von Proportionalregelung einzusetzen. Diese Art von Regelung wird „dissipierende Regelung“³ genannt. Ein besonderer Fall ist die sogenannte „nebeneinander stehende Regelung“⁴, bei der die Anzahl der Sensoren und der Aktoren gleich sind und nebeneinander auf der Struktur stehen [16, 17, 18, 47, 50].

1.2 Ziel der Arbeit

In dieser Arbeit wird die Unterdrückung von gekoppelten Torsions-Biegeschwingungen in einem Prototyp einer Bestückungsmaschine untersucht. Be-

³dissipative Controller

⁴collocated Controller

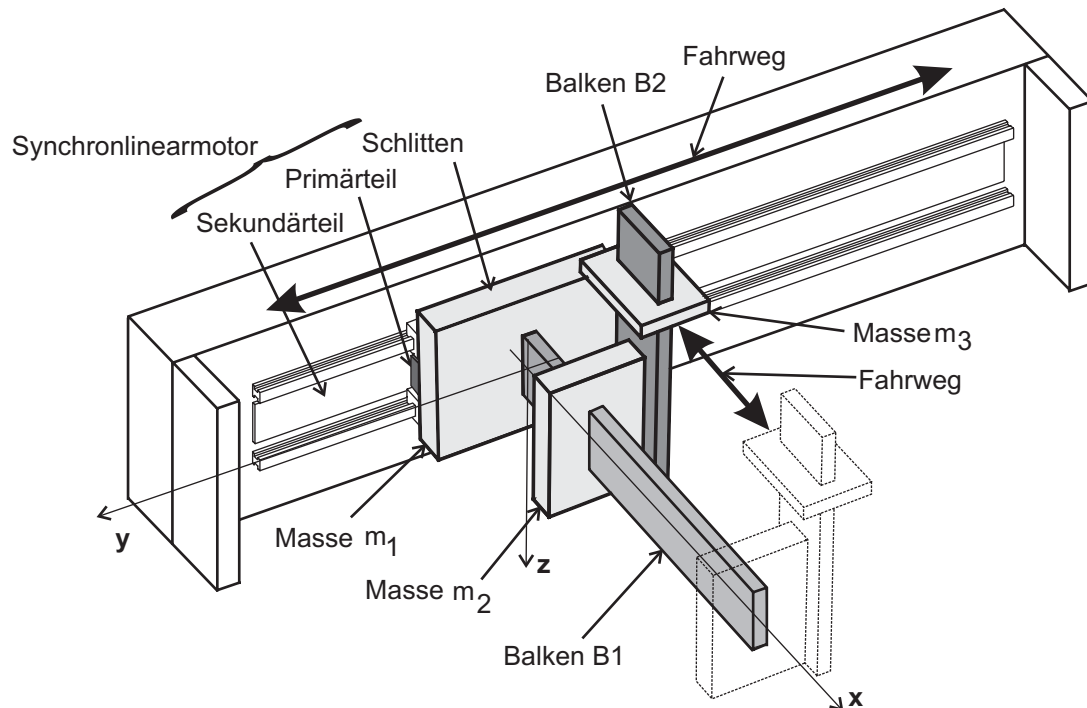


Bild 1.1: Mechanischer Aufbau des Versuchsstands

trieben wird sie mit einem Linearmotor. Bild 1.1 zeigt den mechanischen Aufbau dieser Maschine, die aus zwei Balken und drei Massen besteht. Als Ursache der gekoppelten Schwingungen sind die hohen Verfahrbeschleunigungen zu nennen.

Die Aufgabe wird in drei Schritten gelöst:

- Zunächst wird als eine erste Annäherung das System durch zwei Massen m_1 , m_2 und einen Balken $B1$ modelliert und untersucht. Diese Anordnung verursacht nur eine Biegeschwingung, da der Schwerpunkt der Masse m_2 auf der Symmetrieebene des Balkens $B1$ liegt. Die beiden Massen m_1 und m_2 spiegeln die Masse des Maschinentisches und eine Masse am Ende des Balkens wieder. Anhand eines Zustandsreglers wird diese Biegeschwingung unterdrückt.
- Im nächsten Schritt wird das Modell durch einen Querbalken $B2$ um eine zusätzliche Masse m_3 ergänzt. Dieser Zusatz verursacht eine Torsionschwingung, da der Schwerpunkt nicht mehr auf der Symmetrieebene des ersten Balkens liegt. Auch in diesem Fall wird ein Zustandsregler entwickelt, um beide Schwingungen zu unterdrücken.

- Die Bewegung der Endmassen m_2 , m_3 und des Balkens $B2$ auf der x -Achse verursacht eine Änderung der Parameter der Regelstrecke. In diesem Fall wird das Problem anhand der Methode des gesteuerten adaptiven Reglers behandelt.

Der Reglerentwurf erfolgt in allen drei Fällen mit Hilfe von Zustandsrückführungen. Für die optimale Auslegung der Pole wird die Matrix-Ricatti-Differenzengleichung verwendet. Die Messung der Beschleunigung der Masse m_2 , um Geschwindigkeit und Lage zu gewinnen, erfolgt durch einen Beschleunigungssensor der Firma Analog Devices.

2 Grundbegriffe

Heutzutage werden Werkzeugmaschinen und flexible Strukturen überall verwendet. Da diese Systeme aus elastischen Teilen bestehen, reagieren sie auf äußere und innere Kräfte. Dies verursacht kleine und finite Verformungen, die sich über das gesamte System verteilen. Diese Verformungen eines elastischen Körpers sind der verformenden Kraft proportional. Dies gilt natürlich nur im so genannten elastischen Bereich des Körpers; bei sehr großen Kräften tritt plastische Verformung auf, die ein nichtlineares Verhalten aufweist [56].

Die Untersuchung dieser Verformungen ist eine der Aufgaben der *experimentellen Modalanalyse*¹. Die experimentelle Modalanalyse ist im wesentlichen ein Werkzeug, um zuverlässige Modelle eines dynamischen Systems zu erhalten [41]. Das Verständnis der experimentellen Modalanalyse impliziert die Kenntnis eines breiten Bereichs von physikalischen Gesetzen. Dazu werden Voraussetzungen angenommen. Zwei der wichtigsten davon sind:

- Eine flexible Struktur ist ein lineares System, das durch Differentialgleichungen beschrieben werden kann.
- Eine flexible Struktur ist ein zeitinvariantes System.

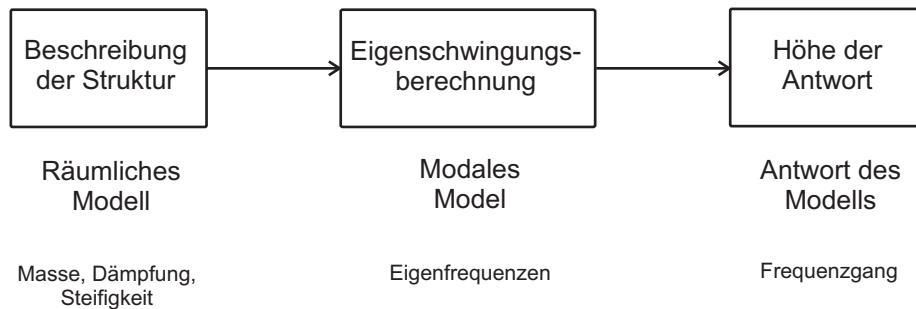
2.1 Experimentelle Modalanalyse

Die Modellierung von physikalischen Systemen hat zur Folge, dass Modelle hoher Ordnung entstehen. Für den Entwurf eines Reglers ist es allerdings wünschenswert, ein einfaches Modell niedriger Ordnung zu haben, um auch einen Regler niedriger Ordnung zu erhalten [55]. Ein Weg, ein einfaches und reduziertes Modell zu finden, ist die Verwendung der experimentellen Modalanalyse. Die experimentelle Modalanalyse erlaubt die implizite Ermittlung

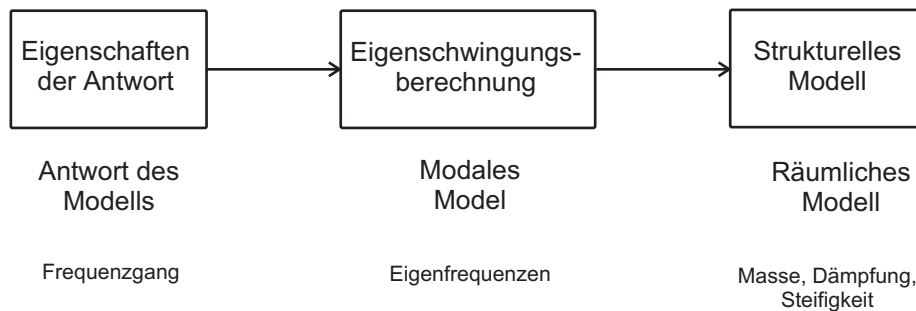
¹Modal Testing

der zugehörigen Eigenfrequenzen des Systems [63]. Damit ist man in der Lage, durch einfache experimentelle Untersuchungen ein mathematisches Modell für eine flexible Struktur zu entwickeln.

Unter einer flexiblen Struktur versteht man ein endlichdimensionales, steuerbares und beobachtbares lineares System mit niedriger Dämpfung und mit einfachen komplexen Polen [17].



(a) Theoretischer Weg zur Schwingungsanalyse



(b) Experimenteller Weg zur Schwingungsanalyse

Bild 2.1: Schwingungsanalyse

In Bild 2.1 sind die zwei herkömmlichen Wege zur Schwingungsanalyse dargestellt. Der erste Teil zeigt den theoretischen Weg, in dem zuerst ein analytisches Modell abgeleitet wird. Zu diesem Zweck wird manchmal anhand Finite Elemente Methoden das Modell ermittelt und anschließend werden die Elemente der Struktur wie Steifigkeit, Dämpfung und Masse bestimmt. Der Frequenzgang dieses Modells wird mit dem experimentellen Frequenzgang des realen Systems verglichen, um eine Gültigkeit des mathematischen Modells zu gewährleisten. Der zweite Teil des Bildes zeigt den experimentellen Weg, in dem Frequenzgänge der realen Strukturen ermittelt werden, um anschließend

ein modales Modell zu erhalten. Dieses Modell besteht aus Eigenfrequenzen und Eigenvektoren, die die Basis für ein strukturelles Modell sind.

2.2 Resonanzen und Antiresonanzen

Ein Grund für die Analyse der Resonanzen liegt in ihren negativen Effekten. Während des Betriebs in Resonanz werden übermäßige Amplituden der Bewegungen erzeugt, die strukturelle Ermüdung, Versagen, gefährliche und unangenehme Effekte für die Menschen und eine Abnahme der Genauigkeit des Endproduktes zur Folge haben. Allgemein ausgedrückt, Resonanz ist ein Zustand, wo eine minimale Erregung erforderlich ist, um ein Maximum der dynamischen Antwort des Systems zu erzeugen. Die Frequenzen, wo diese Maxima auftauchen, werden Resonanzfrequenzen des Systems genannt [13].

Bei freien gedämpften Schwingungen eines Systems sind drei Fälle zu unterscheiden. Die Bewegungsgleichung des Systems aus Bild 2.2 ohne Erregerkraft lautet:

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = 0 \quad (2.1)$$

Die Lösung mit Hilfe der Laplace-Transformation,

$$ms^2Q(s) + bsQ(s) + kQ(s) = 0$$

lautet:

$$s_{1,2} = \frac{1}{2m} \left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4mb} \right). \quad (2.2)$$

Es gibt dabei drei verschiedene Fälle in Abhängigkeit der Dämpfung b des Systems:

- überkritisch gedämpftes System $b > 2\sqrt{mb}$
- kritisch gedämpftes System $b = 2\sqrt{mb}$
- unterkritisch gedämpftes System $b < 2\sqrt{mb}$

Bei flexiblen Strukturen handelt es sich um unterkritisch gedämpfte Systeme, da die Größe b sehr klein ist. Obwohl die Dämpfung klein ist, ist sie nie Null, da es immer Energieverluste in realen Systemen gibt.

Wenn die Frequenz der Erregerkraft sich der ungedämpften Eigenfrequenz eines unterkritisch gedämpften Systems $w_r = \sqrt{k/m}$ nähert, wird der Betrag einen maximalen Wert annehmen und die Phase wird 90° durchqueren.

Bei Systemen mit Erregerkraft und viskoser Dämpfung wie in Bild 2.2 dargestellt, wird der Betrag einen maximalen Wert bei einer Frequenz $w = w_r \sqrt{1 - 2b^2}$ annehmen.

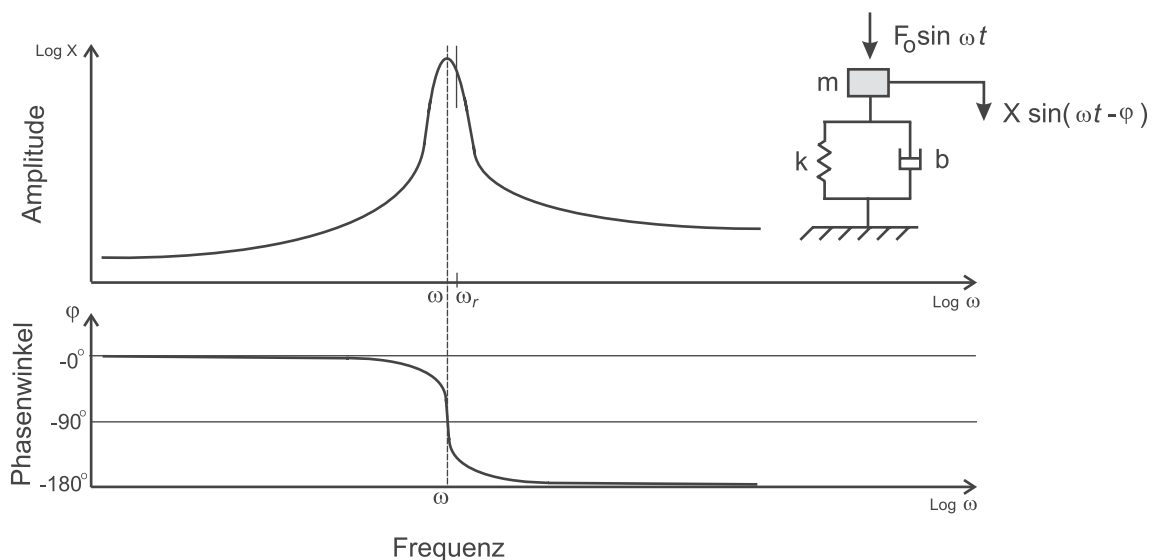


Bild 2.2: Resonanz

Im Gegensatz dazu sind die Antiresonanzen lokale Zustände, die im System großen Widerstand gegen Schwingungen leisten. Es sind Frequenzen, bei denen eine maximale Erregung eine minimale Verschiebung verursacht. Ein einfaches System mit Antiresonanz bei w_a ist das in Bild 2.3 dargestellte Masse-Feder-Dämpfer System mit einer harmonischen Kraft als Eingangssignal. Bei einer konstanten Amplitude der Kraft hat die Amplitude der Verschiebung bei der Antiresonanz einen minimalen Wert.

2.3 Modelle

Ein lineares Modell lässt sich durch lineare Differentialgleichungen beschreiben. Strukturelle Modelle lassen sich entweder als Differentialgleichungen

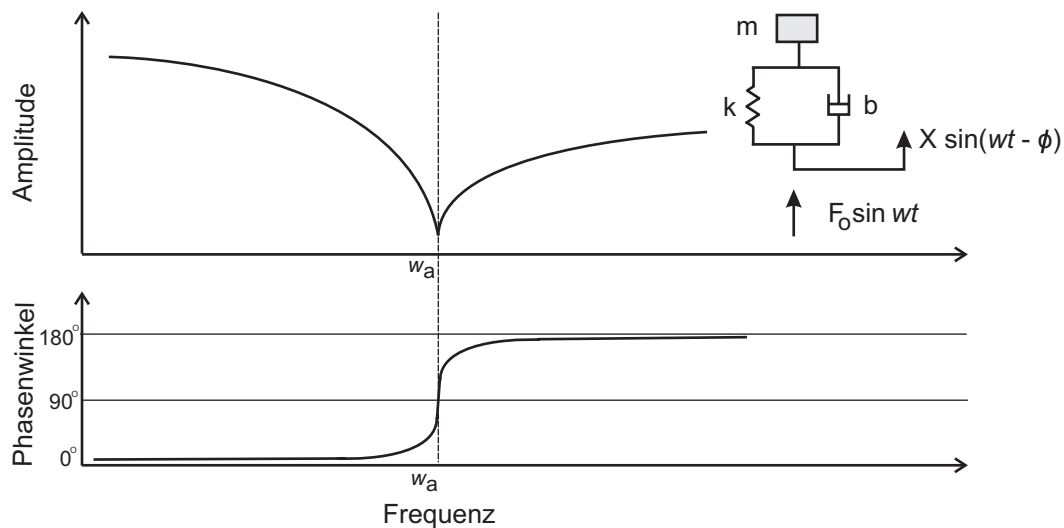


Bild 2.3: Antiresonanz

zweiter Ordnung oder als Differentialgleichungen erster Ordnung im Zustandsraum beschreiben. Im ersten Fall ist das System durch die Freiheitsgrade und im zweiten Fall durch die Zustandsgrößen des Systems beschrieben. In der Regelungstechnik ist die Darstellung mit Zustandsgrößen bevorzugt. In der Mechanik dagegen ist die Darstellung als Systeme II.Ordnung üblich.

Die herkömmlichen Koordinaten für die Beschreibung dieser Modelle sind die Nodal und Modal Koordinaten. Die Nodal Koordinaten sind durch die Verschiebungen und Geschwindigkeiten von Knoten auf der Struktur gekennzeichnet, die als Node bezeichnet sind. Die Modal Koordinaten sind durch Verschiebungen und Geschwindigkeiten der strukturellen Moden gekennzeichnet.

Für ein besseres Verständnis werden in den folgenden Abschnitten die verschiedenen Modelle erklärt, die eventuell bei der Analyse von Maschinenschwingungen verwendet werden können.

2.4 Strukturelles Modell zweiter Ordnung

Die Strukturellen Modelle zweiter Ordnung werden bei Differentialgleichungen zweiter Ordnung verwendet. Sie werden meistens für die Analyse struktureller Dynamik benutzt.

2.4.1 Nodal Modell

Diese Modelle sind in Nodal Koordinaten beschrieben. Dies sind die Nodal Verschiebung und die Nodal Geschwindigkeit. Diese Modelle sind durch Masse, Steifigkeit, Dämpfung und durch die Lage der Sensoren und Aktoren charakterisiert. Die Modelle stammen normalerweise aus Finite-Elemente Programmen.

Eine flexible Struktur ist in Nodal Koordinaten durch die folgenden Differentialgleichungen zweiter Ordnung beschrieben

$$\begin{aligned} M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq &= B_o u, \\ C_{oq}q + C_{ov}\dot{q} &= y. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Wobei

- n_d : Anzahl von Freiheitsgraden,
- s : Anzahl von Eingängen,
- r : Anzahl von Ausgängen,
- q : $n_d \times 1$ Vektor der Verschiebungen,
- u : $s \times 1$ Eingangsvektor,
- y : $r \times 1$ Ausgangsvektor,
- M : $n_d \times n_d$ Matrix der Massen,
- D : $n_d \times n_d$ Matrix der Dämpfungen,
- K : $n_d \times n_d$ Matrix der Steifigkeiten,
- B_o : $n_d \times s$ Eingangsmatrix,
- C_{oq} : $r \times n_d$ Ausgangsmatrix der Verschiebungen,
- C_{ov} : $r \times n_d$ Ausgangsmatrix der Geschwindigkeiten.

2.4.2 Modales Modell

Das modale Modell kann mittels Identifikationsmethoden oder aus einer Transformation des Nodal Modells gewonnen werden. Im Fall einer Transformation aus dem Nodal Modell wird ein System mit ungedämpften freien Schwingungen $u = 0$ und $D = 0$ angenommen. In diesem Fall ist die Lösung von (2.3)

gleich

$$q = \phi e^{j\omega t}, \quad (2.4)$$

und somit ist $\ddot{q} = -\omega^2 \phi e^{j\omega t}$. Damit hat (2.3) die folgende Form

$$(K - \omega^2 M) \phi e^{j\omega t} = 0. \quad (2.5)$$

Eine nicht triviale Lösung von (2.5) existiert, wenn

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (2.6)$$

ist. Es können n Werte von $\omega : \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ gefunden werden, die die Gleichung (2.6) erfüllen, wobei $n \leq n_d$. Die Kreisfrequenz ω_i ist die i -te Eigenfrequenz des Systems. Nach dem Ersatz von ω_i in (2.5) werden die Lösungen für $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ gewonnen, wobei die ϕ_i den i -ten Eigenvektor darstellt.

Mit Hilfe der Definition der folgenden Matrizen

$$\Omega = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \quad (2.7)$$

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n], \quad (2.8)$$

werden die Matrizen der Massen M und der Steifigkeiten K

$$M_m = \Phi^T M \Phi, \quad (2.9)$$

$$K_m = \Phi^T K \Phi \quad (2.10)$$

diagonal gemacht, wobei M_m die Matrix der Modal Masse und K_m die Matrix der Modal Steifigkeit ist.

Zusätzlich wird auch die Matrix der Dämpfung

$$D_m = \Phi^T D \Phi. \quad (2.11)$$

auf Diagonalform transformiert.

Unter Zuhilfenahme einer neuen Variable q_m mit

$$q = \Phi q_m \quad (2.12)$$

und mit Φ^T von links multipliziert ergibt sich (2.3) zu

$$\begin{aligned}\Phi^T M \Phi \ddot{q}_m + \Phi^T D \Phi \dot{q}_m + \Phi^T K \Phi q_m &= \Phi^T B_o u, \\ C_{oq} \Phi q_m + C_{ov} \Phi \dot{q}_m &= y,\end{aligned}\tag{2.13}$$

oder

$$\begin{aligned}M_m \ddot{q}_m + D_m \dot{q}_m + K_m q_m &= \Phi^T B_o u, \\ C_{oq} \Phi q_m + C_{ov} \Phi \dot{q}_m &= y.\end{aligned}\tag{2.14}$$

Mit einer Multiplikation von links mit M_m^{-1} ist

$$\begin{aligned}\ddot{q}_m + M_m^{-1} D_m \dot{q}_m + M_m^{-1} K_m q_m &= M_m^{-1} \Phi^T B_o u, \\ C_{oq} \Phi q_m + C_{ov} \Phi \dot{q}_m &= y.\end{aligned}\tag{2.15}$$

Schließlich hat das Modal Modell zweiter Ordnung die folgende Form

$$\begin{aligned}\ddot{q}_m + 2Z\Omega \dot{q}_m + \Omega^2 q_m &= B_m u, \\ C_{mq} q_m + C_{mv} \dot{q}_m &= y,\end{aligned}\tag{2.16}$$

wobei

$$\begin{aligned}\Omega^2 &= M_m^{-1} K_m, \\ Z &= 0.5 M_m^{-1} D_m \Omega^{-1}, \\ B_m &= M_m^{-1} \Phi^T B_o, \\ C_{mq} &= C_{oq} \Phi, \\ C_{mv} &= C_{ov} \Phi.\end{aligned}$$

gilt.

2.5 Strukturelles Modell im Zustandsraum

In der Regelungstechnik wird die Repräsentation des Strukturellen Modells im Zustandsraum bevorzugt:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx.\end{aligned}\tag{2.17}$$

Hierbei bedeuten

- x : Zustandsvektor,
- u : Eingangs- oder Steuervektor,
- y : Ausgangsvektor,
- A : Systemmatrix,
- B : Eingangs- oder Steuermatrix,
- C : Ausgangs- oder Beobachtungsmatrix.

Diese Zustandsraum-Repräsentation kann in Nodal oder Modal Form erfolgen.

2.5.1 Nodal Modell

Die Gleichung (2.3) wird in

$$\ddot{q} + M^{-1}D\dot{q} + M^{-1}Kq = M^{-1}B_o u \quad (2.18)$$

und

$$C_{oq}q + C_{ov}\dot{q} = y \quad (2.19)$$

transformiert.

Dabei ist der Zustandsvektor

$$x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

wobei das erste Element die Verschiebung und das zweite die Geschwindigkeit des Systems darstellt.

Nach einigen algebraischen Manipulationen folgt,

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B_o \end{bmatrix}, \\ C &= [C_{oq} \quad C_{ov}], \end{aligned} \quad (2.21)$$

wobei A eine $N \times N$, B eine $N \times s$ und C eine $r \times N$ Matrix ist. Die Dimension dieser Zustandsgleichung N ist zweimal größer als die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems n_d , $N = 2n_d$.

2.5.2 Modal Modell

Die entstehende Ordnung N der Nodal Repräsentation ist manchmal sehr hoch und daher nicht akzeptabel, z.B. bei Modellen die aus Programmen für Finite Elemente abgeleitet werden. Eine Alternative ist die Herleitung einer Zustandsraum-Repräsentation aus der Modal Form zweiter Ordnung (2.16).

Anhand der Definition einer Zustandsgröße aus den modalen Verschiebungen und Geschwindigkeiten,

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

wird die Gleichung (2.16)

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (2.23)$$

$$\dot{x}_2 = -\Omega^2 x_1 - 2Z\Omega x_2 + B_m u, \quad (2.24)$$

$$y = C_{mq} x_1 + C_{mv} x_2, \quad (2.25)$$

transformiert. Im Zustandsraum ergeben sich folgende Matrizen

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & -2Z\Omega \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_m \end{bmatrix}, \\ C &= [C_{mq} \quad C_{mv}]. \end{aligned} \quad (2.26)$$

In dieser Repräsentation ist x_1 der Vektor der modalen Verschiebungen und x_2 der Vektor der modalen Geschwindigkeiten. Die Dimension dieser Repräsentation ist $2n$. Im Gegensatz dazu war die Ordnung in (2.21) mit n_d wesentlich größer. Hier ist $n \ll n_d$.

Block Diagonal Modal Modell

Die vorhergehende Darstellung ist keine reale Zustandsraum Modal Repräsentation. Die modale Repräsentation ist durch die folgenden Matrizen charakterisiert

$$\begin{aligned} A_m &= \text{diag}(A_{mi}), \\ B_m &= \begin{bmatrix} B_{m1} \\ B_{m2} \\ \vdots \\ B_{mn} \end{bmatrix}, \\ C_m &= [C_{m1} \ C_{m2} \ \dots \ C_{mn}], \end{aligned} \quad (2.27)$$

wobei $i = 1, 2, \dots, n$, A_{mi} eine 2×2 , B_{mi} eine $2 \times s$ und C_{mi} eine $r \times 2$ Matrix ist. Die Blöcke der Matrizen A_{mi} können eine der folgenden vier Formen haben:

- Modal Form 1

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} 0 & w_i \\ -w_i & -2\zeta_i w_i \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

- Modal Form 2

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} -\zeta_i w_i & w_i \\ -w_i & -\zeta_i w_i \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

- Modal Form 3

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_i^2 & -2\zeta_i w_i \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

- Modal Form 4

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} -\zeta_i w_i + jw_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} & 0 \\ 0 & -\zeta_i w_i - jw_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

Die Zustände \mathbf{x} der Modal Repräsentation bestehen aus n unabhängigen Elementen x_i , die je einen Zustand jeder Mode repräsentieren.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Die i -te Mode hat die Zustandsraum Repräsentation

$$(A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}), \quad (2.33)$$

sie ist in einer unabhängigen Form aus den Zustandsgleichungen

$$\dot{x}_i = A_{mi}x_i + B_{mi}u, \quad (2.34)$$

$$y_i = C_{mi}x_i, \quad (2.35)$$

entstanden, so dass $y = \sum_{i=1}^n y_i$ ist. Das i -te Zustandselement der Modal Formen ist

- Modal Form 1

$$x_i = \begin{bmatrix} q_{mi} \\ \dot{q}_{mi}/w_i \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

- Modal Form 2

$$x_i = \begin{bmatrix} q_{mi} \\ q_{moi} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

- Modal Form 3

$$x_i = \begin{bmatrix} q_{mi} \\ \dot{q}_{mi} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

- Modal Form 4

$$x_i = \begin{bmatrix} q_{mi} - j q_{moi} \\ q_{mi} + j q_{moi} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

wobei die q_{mi} und \dot{q}_{mi} , die i -te Modale Verschiebung und Geschwindigkeit sind. Es gilt $q_{moi} = \zeta i q_{mi} + \dot{q}_{mi}/w_i$.

2.6 Spillover

Eine eventuelle Folge bei der aktiven Schwingungsdämpfung ist, dass Instabilitäten wegen des Spillovers eintreten können [3, 23, 47]. Um den Effekt des Spillovers zu erklären, wird das folgende Vorgehen gewählt. Die Verschiebung q in der Gleichung (2.16)

$$\begin{aligned}\ddot{q}_m + 2Z\Omega\dot{q}_m + \Omega^2 q_m &= B_m u, \\ C_{oq}\Phi q_m + C_{ov}\Phi\dot{q}_m &= y,\end{aligned}$$

kann in zwei Teile aufgeteilt werden. Wobei aus (2.12) $q_m = \Phi^{-1}q$ ist. Dafür wird zuerst die Lösung (2.4) dieser Verschiebung durch den Bernoullischen Separationsansatz

$$q(x, t) = \phi e^{j\omega t} = \sum_{k=1}^{k=i} v_k(t) \psi_k(x), \quad (2.40)$$

ersetzt. Wobei $v_k(t)$ der zeitabhängige Teil und $\psi_k(x)$ der ortsabhängige Teil des Lösungsansatzes sind. Da i eventuell sehr groß werden kann, ist es selbstverständlich, dass es nicht möglich ist, alle Moden zu regeln. Deswegen wird eine Trennung wie folgt

$$q(x, t) = q_N(x, t) + q_R(x, t) \quad (2.41)$$

gewählt, wobei

$$\begin{aligned}q_N(x, t) &: \text{der steuerbare Teil (N< i) und,} \\ q_R(x, t) &: \text{der Teil der R übrigen Moden, die nicht steuerbar sind, ist.}\end{aligned}$$

Bei einer Umstellung der Moden im Zustandsraum, ist es möglich zwei Vektoren zu erzeugen,

$$\begin{aligned}w_N &= \begin{bmatrix} q_N^T & \dot{q}_N^T \end{bmatrix}, \\ w_R &= \begin{bmatrix} q_R^T & \dot{q}_R^T \end{bmatrix}.\end{aligned} \quad (2.42)$$

Die Differentialgleichungen im modalen Zustandsraum lauten

$$\dot{w}_N = \bar{A}_N w_N + \bar{B}_N u, \quad (2.43)$$

$$\dot{w}_R = \bar{A}_R w_R + \bar{B}_R u, \quad (2.44)$$

$$y = C_N w_N + C_R w_R \quad (2.45)$$

und mit der dritten Form der Matrizen gemäß (2.30)

$$\bar{A}_N = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega_N & -2Z\Omega_N \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega_R & -2Z\Omega_R \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_N = \begin{bmatrix} 0 \\ B_N \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ B_R \end{bmatrix},$$

$$C = [C_N \quad C_R].$$

Anhand des Systems (2.43) ist es nun möglich, einen Regler zu entwerfen:

$$u(t) = Q_N(t)w_N. \quad (2.46)$$

Der Entwurf kann durch Polvorgabe oder durch die optimale Regelung geschehen. Da diese aktive Regelung ohne die Berücksichtigung der übrigen R Moden (2.44) entworfen wurde, wird sie bei einem System ohne restliche Dynamik ($A_R = 0$) und bei $B_R = 0$ und $C_R = 0$ gute Eigenschaften aufweisen. Jedoch ist das für die meisten Systeme nicht der Fall und es wird nachteilige Effekte für das gesamte System haben, da $A_R \neq 0$, $B_R \neq 0$ und $C_R \neq 0$ sind. Dieser Effekt wird *Spillover* genannt [3]. In Bild 2.4 ist zu sehen, dass der Ausgang der Sensoren durch C_R verzerrt wird. Diese Form wird *Beobachter Spillover* genannt. Gleichzeitig werden die übrigen R Moden durch B_R erregt; diese Form heißt *Steuerung Spillover*.

2.7 Frequenzgangfunktionen mechanischer Systeme

Die drei gewöhnlichen Frequenzgangfunktionen eines strukturellen Systems sind in Tabelle 2.1 dargestellt. Diese Frequenzgangfunktionen werden im allgemeinen in Bodediagrammen dargestellt. Ein Bodediagramm besteht aus zwei Diagrammen: Das erste ist die Darstellung der Betragskennlinie und das zweite ist die Phasenkennlinie des Frequenzgangs des Systems, beide Dia-

mit einer Erregerkraft beaufschlagt. Es folgt aus dem Newton Gesetz

$$m\ddot{x} = f, \quad (2.47)$$

wobei f als eine harmonische Erregerkraft angenommen wird. Daraus folgt, dass der Steifigkeitsfrequenzgang des einfachen Systems

$$\alpha(w) = -\frac{1}{w^2 m} \quad (2.48)$$

lautet.

Der Betrag des Steifigkeitsfrequenzgangs $\alpha(w)$ ist in logarithmischer Form

$$\log |\alpha(w)| = -\log(m) - 2 \cdot \log(w). \quad (2.49)$$

Das logarithmische Diagramm des Betrags über der Frequenz von $\alpha(w)$ ist in

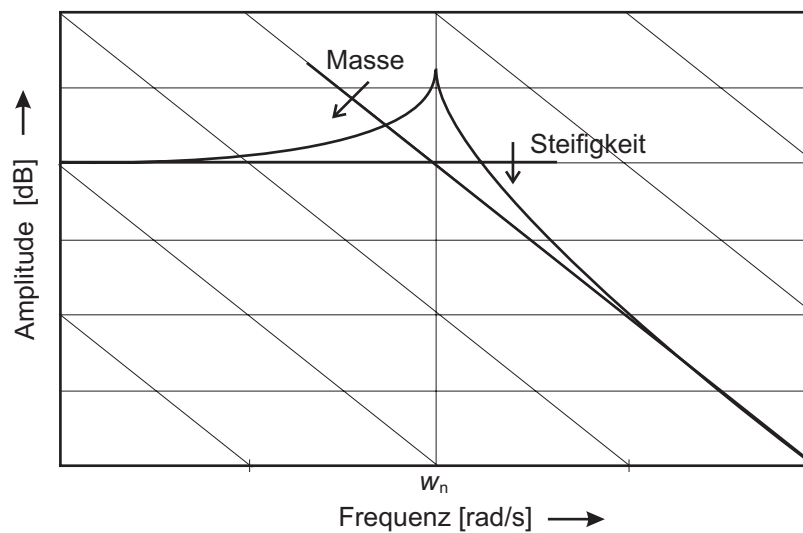


Bild 2.5: Steifigkeitsfrequenzgang $\alpha(w)$

Bild 2.5 dargestellt. Die dargestellte Linie weist eine Steigung von -2 auf.

Das gleiche gilt für eine masselose Feder

$$kx = f, \quad (2.50)$$

hieraus folgt,

$$\log |\alpha(w)| = -\log(k). \quad (2.51)$$

Das bedeutet im Bodediagramm von $\alpha(w)$ eine Linie mit Steigung Null.

Da Verschiebung, Geschwindigkeit und Beschleunigung mathematisch zusammenhängende Variablen sind, ist es möglich aus einer von diesen Variablen die anderen zu gewinnen. Denn die Ableitung des Steifigkeitsfrequenzganges ist der Dämpfungsfrequenzgang.

$$Y(w) = \frac{\dot{x}(t)}{f(t)} = \frac{iw\bar{X}e^{iwt}}{F e^{iwt}} = iw\frac{\bar{X}}{F} = iw\alpha(w), \quad (2.52)$$

hieraus folgt

$$\begin{aligned} |Y(w)| &= w |\alpha(w)| \\ \arg[Y(w)] &= \arg[\alpha(w)] + \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Bild 2.6 zeigt den Betragsverlauf für den Dämpfungsfrequenzgang. Dabei ist die Linie mit Steigung von -1 für die Masse und von 1 für die Steifigkeit. Auf ähnliche Weise folgt für den Massenfrequenzgang,

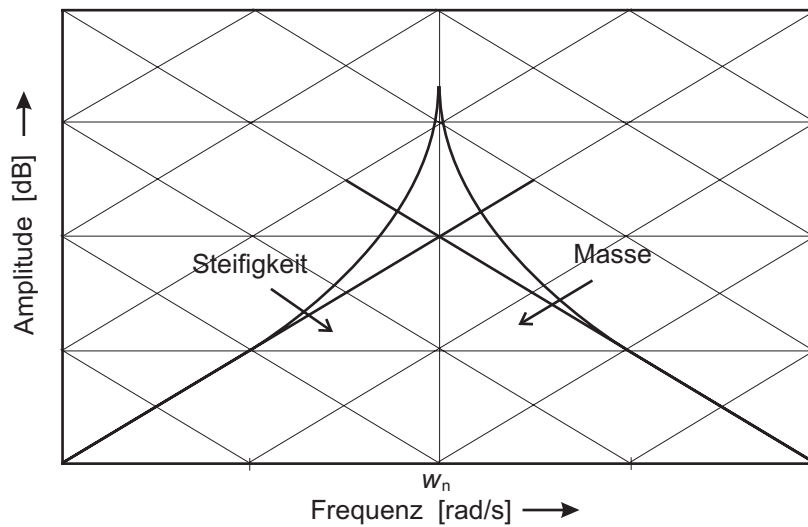


Bild 2.6: Dämpfungsfrequenzgang $Y(w)$

$$A(w) = \frac{\ddot{x}(t)}{f(t)} = \frac{-w^2\bar{X}e^{iwt}}{F e^{iwt}} = -w^2\alpha(w), \quad (2.54)$$

hieraus folgt

$$\begin{aligned} |A(w)| &= w^2 |\alpha(w)| \\ \arg[A(w)] &= \arg[\alpha(w)] + \pi. \end{aligned} \quad (2.55)$$

und

$$\begin{aligned} |A(w)| &= w |Y(w)| \\ \arg[A(w)] &= \arg[Y(w)] + \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Der Betragsverlauf für den Massenfrequenzgang in Bild 2.7 zeigt eine Linie mit Steigung von 0 für die Masse und von -2 für die Steifigkeit.

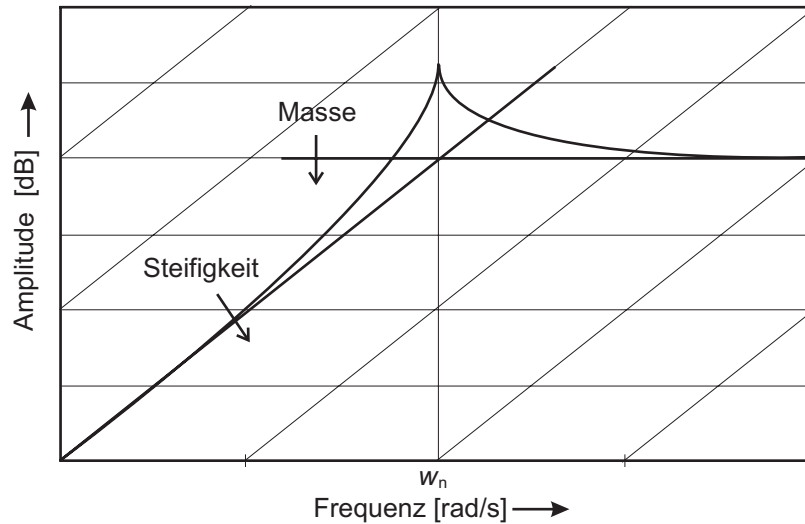


Bild 2.7: Massenfrequenzgang $A(w)$

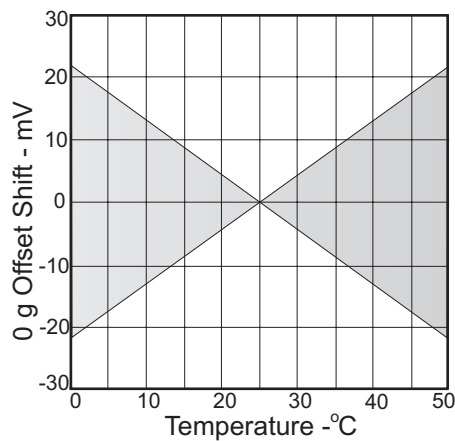
2.8 Der piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer

Die Integration der Beschleunigung um die Geschwindigkeit und Verschiebung zu erhalten, ist ein deutlicher Vorteil des Beschleunigungssensors, wenn er als Messgrößenaufnehmer bei der Messung von Schwingungen verwendet wird.

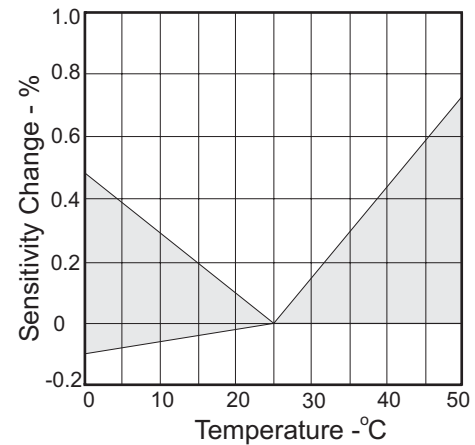
Die Berechnung der Geschwindigkeit und Verschiebung dynamischer Systeme aus der Beschleunigung ist keine einfache Aufgabe. Dazu kommen verschiedene Faktoren, die die Performance eines Messgrößenaufnehmers beeinflussen. Diese Faktoren können in zwei Arten unterteilt werden [60]:

- Umwelteinflüsse: Feuchtigkeit, Temperaturschwankungen, radioaktive Strahlung, Umgebungstemperatur

- Montage: Basisdehnungen, Erdschleifenströme, reibungselektrische Effekte, Elektromagnetische Störungen.



(a) Typische 0 g Verschiebung vs. Temperatur



(b) Typische Empfindlichkeit vs. Temperatur

Bild 2.8: Typische Performance des Beschleunigungssensor ADXL 105 vs. Temperatur.

Da alle piezoelektrischen Materialien temperaturabhängig sind, bewirkt eine Änderung der Umgebungstemperatur eine Änderung des Aufnehmer-Übertragungsfaktors [48]. Bild 2.8 zeigt zwei wichtige Charakteristiken infolge der Temperatur des Beschleunigungssensors ADXL 105 der Firma Analog Devices, der in dieser Arbeit verwendet wurde.

Eine wesentliche Folge der Änderung der Umgebungstemperatur ist der so genannte Offset auf dem Ausgang des Beschleunigungsaufnehmers. Der Offset ist ein bleibender Ausgangswert bei Eingang Null, also eine Verschiebung der Kennlinie. Dieses Phänomen hat nachteilige Konsequenzen bei der Berechnung der Geschwindigkeit und Verschiebung.

In Bild 2.9 ist ein Beschleunigungssignal mit einem kleinen Offset gezeigt. Aus diesem Signal wurden die Geschwindigkeit durch einfache Integration und die Verschiebung durch doppelte Integration erzeugt. Es ist deutlich zu erkennen, dass sowohl die Geschwindigkeit als auch die Verschiebung zunehmende Werte bei dem stationären Zustand aufweisen.

Eine einfache Maßnahme gegen diese zunehmenden Werte ist die Verwendung eines PT_1 -Gliedes anstelle des Integrators. Bild 2.9 zeigt, dass bei Verwen-

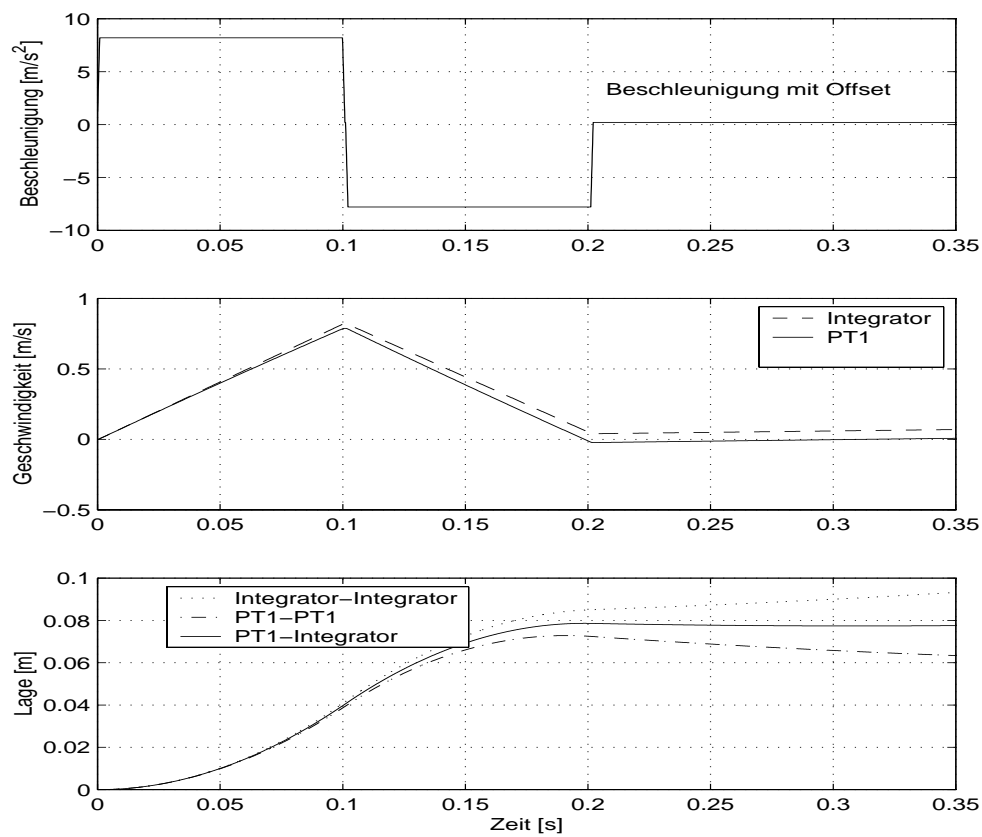


Bild 2.9: Vergleich zwischen einem Integrator und einem PT_1 -Glied als Integrator zur Berechnung der Geschwindigkeit und Verschiebung

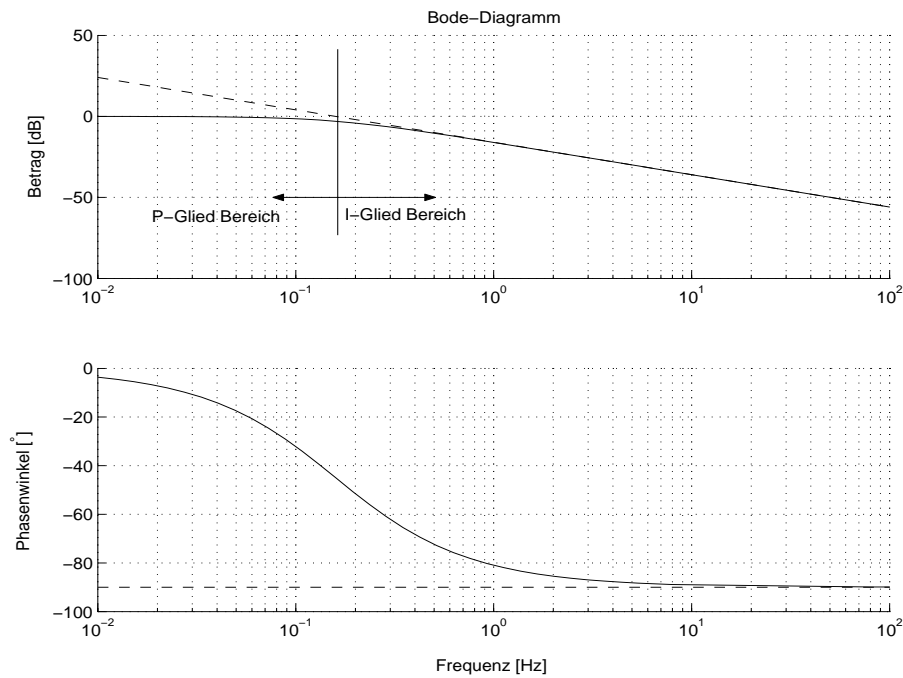


Bild 2.10: Amplituden- und Phasengang des PT_1 -Gliedes

dung eines PT_1 -Gliedes zur Berechnung der Verschiebung trotzdem ein ansteigendes Signal der Verschiebung vorhanden ist, obwohl die Berechnung der Geschwindigkeit durch ein PT_1 -Glied gut funktioniert. Um ein gutes Ergebnis zu erhalten, würde man zuerst die Geschwindigkeit anhand eines PT_1 -Gliedes und anschließend die Verschiebung mit einem Integrator berechnen.

Bild 2.10 zeigt den Amplituden- und Phasengang des PT_1 -Gliedes. Hier wird der Frequenzgang des PT_1 -Gliedes in zwei Bereiche geteilt, in einen P-Bereich und einen I-Bereich. Der P-Bereich beschreibt einen rein proportionalen Zusammenhang zwischen der Ein- und Ausgangsgröße. Diese Proportionalität wird auch als Verstärkungsfaktor des P-Gliedes bezeichnet. Der andere Bereich führt die übliche Integration der Eingangsgröße durch. In dieser Arbeit wurde der Verstärkungsfaktor des PT_1 -Gliedes kleiner als eins genommen, um die Effekte des CD-Anteils der Eingangsgröße zu verkleinern. Damit wurde die Geschwindigkeit aus der Beschleunigung hergeleitet. Da in diesem Fall der CD-Anteil der Geschwindigkeit fast beseitigt wurde, wurde für die Herleitung der Verschiebung eine reine Integration verwendet.

3 Regelungskonzepte

Zwei der wichtigsten Aufgaben eines Reglers für ein System mit flexiblen Strukturen sind, eine gute Leistung zu erhalten und Stabilität zu garantieren. Es wird erwartet, dass die Eigenfrequenzen der Strukturen in der Bandbreite des Reglers liegen und trotz Fehlern in der Modellierung das System ein robustes Verhalten zeigt. Diese Art von Regelungen werden aktive Regelungen genannt. Hier wird gezeigt, dass Stabilität nicht unbedingt gute Performance garantiert. Im nächsten Abschnitt werden alternative Regelungskonzepte vorgestellt und einige Gründe bei der Wahl des optimalen Zustandsreglers aufgeführt.

3.1 Alternative Regelungskonzepte

3.1.1 Deadbeat-Regler

Deadbeat-Regler ohne Stellgrößenvorgabe

Bei dem Deadbeat-Regler ohne Stellgrößenvorgabe gibt es nur einen Entwurfparameter, die Abtastzeit. Bei kleinen Abtastzeiten werden die Stellhübe unrealistisch groß, und bei sinnvollen Stellhüben werden relativ große Abtastzeiten benötigt, was im allgemein zu einem schlechten Störverhalten führt. Dieser Faktor bringt dem Deadbeat-Regler einen schlechten Ruf ein. Bei diesem Entwurf muss die Abtastzeit sehr vorsichtig gewählt werden [1].

Der Deadbeat-Regler ist nicht anwendbar bei Strecken mit ausgeprägter Eigenfrequenz, da er die Pole der Strecke direkt kompensiert [6]. Zudem reagiert er sehr empfindlich auf Fehler im Modell [45].

Deadbeat-Regler mit Stellgrößenvorgabe

Erhöht man die endliche Einstellzeit um eine Einheit, dann kann man einen Wert der Stellgröße beliebig vorgeben [25]. Da der erste Stellgrößenwert $u(0)$ der GröÙte ist, sei dieser vorgegeben. Bei diesem Regler man darf $u(0)$ nicht zu klein wählen, denn sonst würde $u(1) > u(0)$ werden, und $u(1)$ wäre auch unrealistisch groß. Durch die Förderung $u(1) \leq u(0)$ ist nicht sichergestellt, dass für $k \geq 2$ $|u(k)| < |u(0)|$. Die Stellgrößenamplitude kann noch weiter verkleinert werden, wenn man die Einstellzeit vergrößert. Dieser Entwurf wurde in dieser Arbeit nicht verfolgt, da das Deadbeat-Verhalten wie bei der vorherigen Methode nur bei einer exakten Übereinstimmung von Prozeßmodell und Prozeß erreicht wird [25].

3.1.2 PID-Regler

Der PID-Regler findet ein breites Anwendungsspektrum wegen seiner Einfachheit und relativen Robustheit. Dieses Verfahren ist geeignet für Strecken mit ausreichender Dämpfung und es gibt effektive Methoden für die Auslegung dieses Reglers wie z.B. die Ziegler-Nichols-Gleichung, das Dämpfungsoptimum-Verfahren, das Betragsoptimum etc. [69]. Aber für Strecken mit nicht ausreichender Dämpfung ist die Leistung der Regelung manchmal nicht ausreichend [31, 45]. Für den Fall einer schwach gedämpften Strecke existiert eine weitere Möglichkeit, die eine Rückführung der Geschwindigkeiten des Systems verwendet.

3.1.3 PID-Regler plus Aufschaltung der Differenzgeschwindigkeit

Wenn zusätzliche Schwingungen mit dem gewöhnlichen PID-Regler nicht ausreichend bedämpft werden können, wird eine Erweiterung dieses Verfahrens benötigt. Das neue Verfahren verwendet eine zusätzliche dämpfende Rückführung der Differenz der Geschwindigkeiten der Massen des Systems. Die Verstärkung dieser Rückführung muss durch ein Suchverfahren bestimmt werden [36].

3.1.4 H_∞ - und H_2 -Regler

Diese zwei Auslegungsverfahren bieten eine robuste Lösung für Systeme mit Modellfehler. Der H_2 -Regler stellt eine Verallgemeinerung des LQG-Reglers dar. Der H_∞ -Regler hat gute Ergebnisse bei ungedämpften Systemen [18, 23] und Systemen mit nicht linearen Schwingungen gezeigt [5]. Ein Nachteil dieser Methode ist, dass die Ordnung der Regelung häufig größer ist als die Ordnung der Regelstrecke, da zusätzliche Gewichtungsfaktoren für den Regelungsentwurf verwendet werden müssen [46]. Für Regelstrecken höherer Ordnung wird eine Reduktion der Regelstrecke nötig, was keine einfache Aufgabe darstellt. Ohne Reduktion führt z.B. die Implementierung auf einem Mikrocontroller zu Problemen, da die Übertragungsfunktionen sehr rechenaufwendig sind [20].

3.1.5 Zustandsregler

Diese Art von Regelung basiert auf der Rückführung der Zustandsgrößen der Regelstrecke durch geeignete Verstärkungen. Es wird dabei angenommen, dass die sämtliche Zustandsgrößen zur Verfügung stehen. Wenn das nicht der Fall ist, muss ein Zustandsbeobachter eingesetzt werden. Dadurch verliert der Entwurf an Robustheit [45].

Die Auslegung der Pole kann durch Polvorgabe oder durch die Lösung der Matrix-Ricatti-Differenzengleichung durchgeführt werden. Der Zustandsregler hat durch eine optimale Auslegung bei schwach gedämpften Regelstrecken ausreichende Robustheit gezeigt [11]. Die Stabilität ist automatisch erfüllt, wenn ein Gütefunktional für die Auslegung der Pole verwendet wird [39]. In dieser Arbeit wird eine Zustandsregelung mit der Auslegung der Pole durch die Matrix-Ricatti-Differenzengleichung verwendet.

3.2 Optimale Zustandsregelung

Ziel einer Regelung ist die Differenz zwischen der Führungsgröße und der Regelgröße zu minimieren bei gleichzeitig niedrigen Stellamplituden. Im Allgemeinen ist es schwierig beide Anforderungen gleichzeitig zu erfüllen. Deshalb wird meistens ein Kriterium gesucht, das diese beiden Anforderungen an die Regelung berücksichtigt. Dafür wird ein Gütefunktional verwendet.

Da die optimale Zustandsregelung vom Gütefunktional abhängt, kann die Regelung immer nur für das spezifische Gütefunktional optimal sein [9]. Es gibt eine Vielzahl an Möglichkeiten für ein Gütemaß z.B. zeitoptimal, verbrauchsoptimal, stellenergieoptimal, allgemein quadratisch optimal etc. [24].

In dieser Arbeit wird das allgemeine quadratische optimale Gütefunktional J verwendet, um die Verstärkungen der Zustandsrückführung zu ermitteln. Dazu werden die wichtigsten Schritte zur Formulierung eines Algorithmus für diese Methode beschrieben.

Die Optimierungsaufgabe besteht nun darin, für die diskrete Regelstrecke

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) \quad (3.1)$$

die Stellgröße u so zu bestimmen, dass das Gütefunktional J einen minimalen Wert annimmt.

Das allgemeine quadratische optimale Gütefunktional lautet

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N \left[x^T(k) Q_1 x(k) + u^T(k) Q_2 u(k) \right]. \quad (3.2)$$

wobei $x(k)$ der Zustandsvektor der Regelstrecke (3.1) ist. Die Bewertungsmatrizen Q_1 und Q_2 sind konstant, reell und symmetrisch, wobei die Zustandsbewertungsmatrix Q_1 als mindestens positiv semidefinit und die Bewertungsmatrix Q_2 des Stellvektors aber als positiv definit vorausgesetzt sind.

Die Regelstrecke (3.1) repräsentiert eine Familie von Nebenbedingungen:

$$-x(k+1) + \Phi x(k) + \Gamma u(k) = 0 \quad (3.3)$$

Diese Bedingungen wandeln das quadratische Kriterium in ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen in Gleichungsdarstellung um. Mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatoren kann das quadratische Kriterium in ein Optimierungsproblem ohne Nebenbedingungen umgewandelt werden.

Hieraus folgt

$$j^L = \sum_{k=0}^N \left[\frac{1}{2} x^T(k) Q_1 x(k) + \frac{1}{2} u^T(k) Q_2 u(k) + \lambda^T(k+1) \left(-x(k+1) + \Phi x(k) + \Gamma u(k) \right) \right] \quad (3.4)$$

wobei $\lambda(k+1)$ die Lagrangeschen Multiplikatoren sind. j^L ist nun das allgemeine quadratische optimale Gütefunktional ohne Nebenbedingungen.

Zur Minimierung werden folgende Bedingungen erzeugt:

$$\frac{\partial j^L}{\partial \lambda(k+1)} = -x(k+1) + \Phi x(k) + \Gamma u(k) = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial j^L}{\partial u(k)} = u^T(k) Q_2 + \lambda^T(k+1) \Gamma = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial j^L}{\partial x(k)} = x^T(k) Q_1 - \lambda^T(k) + \lambda^T(k+1) \Phi = 0 \quad (3.7)$$

Aus diesem Minimierungsverfahren folgen

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k), \quad (3.8)$$

$$u(k) = -Q_2^{-1} \Gamma^T \lambda(k+1) \text{ und} \quad (3.9)$$

$$\lambda(k+1) = \Phi^{-T} \lambda(k) - \Phi^{-T} Q_1 x(k). \quad (3.10)$$

Diese Differenzengleichungen repräsentieren die optimale Lösung von $x(k)$, $u(k)$ und $\lambda(k)$.

Eine Methode für die Lösung dieser Differenzengleichungen ist die Sweep-Methode von Bryson und Ho [8]. Diese Methode führt die Hilfsvariable $S(k)$

$$\lambda(k) = S(k) x(k), \quad (3.11)$$

und die Randbedingung

$$\lambda(N) = Q_1(N) x(N) \quad (3.12)$$

ein.

Somit ist die Gleichung (3.9)

$$\begin{aligned} Q_2 u(k) &= -\Gamma^T S(k+1)x(k+1) \\ &= -\Gamma^T S(k+1)(\Phi x(k) + \Gamma u(k)). \end{aligned}$$

Die Lösung für $u(k)$ hat die Form

$$\begin{aligned} u(k) &= -(Q_2 + \Gamma^T S(k+1)\Gamma)^{-1} \Gamma^T S(k+1)\Phi x(k) \\ &= -R^{-1} \Gamma^T S(k+1)\Phi x(k), \end{aligned} \quad (3.13)$$

wobei $R = Q_2 + \Gamma^T S(k+1)\Gamma$ ist.

Mit Hilfe der Gleichung (3.10) und der Einführung von (3.11) folgt

$$S(k)x(k) = \Phi^T S(k+1)x(k+1) + Q_1 x(k)$$

und mit Gleichung (3.8) folgt

$$S(k)x(k) = \Phi^T S(k+1)(\Phi x(k) + \Gamma u(k)) + Q_1 x(k).$$

Mit Gleichung 3.13 gilt demnach

$$[S(k) - \Phi^T S(k+1)\Phi + \Phi^T S(k+1)\Gamma R^{-1} \Gamma^T S(k+1)\Phi - Q_1]x(k) = 0. \quad (3.14)$$

Gleichung (3.14) muss für beliebige $x(k)$ gelten, so dass der Term in Klammern gleich null sein muss.

Hieraus folgt

$$S(k) = \Phi^T M(k+1)\Phi + Q_1, \quad (3.15)$$

wobei

$$M(k+1) = S(k+1) - S(k+1)\Gamma [Q_2 + \Gamma^T S(k+1)\Gamma]^{-1} \Gamma^T S(k+1). \quad (3.16)$$

Die Gleichung (3.14) ist die sogenannte *diskrete Matrix-Ricatti-Differenzengleichung*.

Mit der Einführung von (3.11) und der Randbedingung (3.12) folgt

$$S(N) = Q_1. \quad (3.17)$$

Die Lösung von $K(k)$ der Zustandsrückführung

$$u(k) = -K(k)x(k) \quad (3.18)$$

und die Gleichung (3.13) liefern nun

$$K(k) = [Q_2 + \Gamma^T S(k+1)\Gamma]^{-1} \Gamma^T S(k+1)\Phi. \quad (3.19)$$

Diese letzte Gleichung bildet die optimalen zeitvarianten Zustandsrückführungen des Systems. Obwohl dies Vorgehen ein zeitvariant optimales Verfahren ist, werden häufig die Endwerte der Matrix K für die optimale Verstärkungen des Zustandsreglers als konstant angenommen [15, 26].

3.2.1 Matrix-Ricatti-Algorithmus

Mit Hilfe der Gleichungen (3.15), (3.16), (3.19) und der Randbedingung (3.17) ist es möglich, einen Algorithmus für die Ermittlung der Zustandsrückführungen zu entwickeln. Der Algorithmus ist in Bild 3.1 gezeigt.

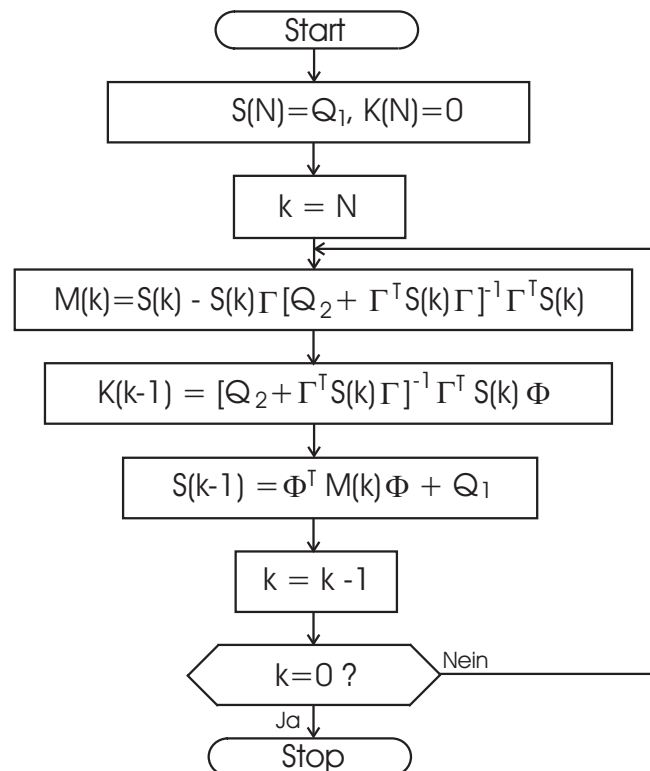


Bild 3.1: Flussdiagramm des Matrix-Ricatti-Algorithmus

3.3 Stromregelung

Als innerster Regelkreis muss die Stromregelung sehr schnell reagieren. In [7] wurde dieses Ziel durch einen Führungsgrößenfilter und ein passendes Führungsmodell erreicht.

In dieser Arbeit wird für die Stromregelung eine Methode eingesetzt, die Berechnungen von Polynomen verwendet. Diese Methode bietet eine Variante an, die eine einfache Struktur für Steuerung und Rückführung ermöglicht, da das dynamische Verhalten des geschlossenen Systems durch ein Polynom vorgegeben wird. Diese Methode verwendet die so genannte Diophantine-Gleichung.

Für diesen Entwurf wird angenommen, dass die Regelstrecke einen Eingang u und einen gemessenen Ausgang y hat. Diesem Zusammenhang entspricht der Gleichung

$$A_f(z)y(k) = B_f(z)u(k), \quad (3.20)$$

wobei $A_f(z)$ der Nenner und $B_f(z)$ der Zähler der Regelstrecke sind.

Eine erste Annäherung an die Struktur der Regelung ist durch

$$R(z)u(k) = T(z)u_c(k) - S(z)y(k) \quad (3.21)$$

gegeben. Ein Blockschaltbild der Regelstrecke und der Regelung ist in Bild 3.2 dargestellt.

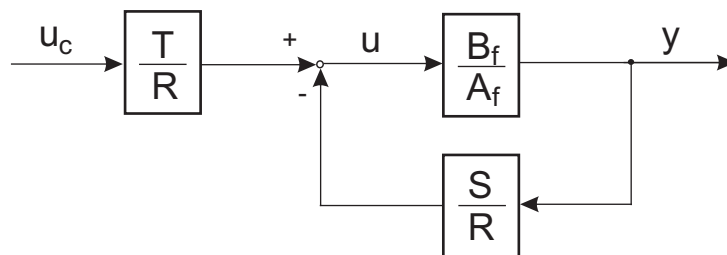


Bild 3.2: Herkömmliche Diophantine-Struktur

Mit Hilfe der Gleichungen (3.20) und (3.21) folgt

$$\frac{y(k)}{u_c(k)} = \frac{B_f(z)T(z)}{A_f(z)R(z) + B_f(z)S(z)}, \quad (3.22)$$

wobei

$$A_{cg} = A_f(z)R(z) + B_f(z)S(z) \quad (3.23)$$

die charakteristische Gleichung des Systems ist.

Zusätzlich ist es möglich, Gleichung (3.23) in zwei Polynome zu trennen

$$A_{cg} = A_c A_o. \quad (3.24)$$

Das Problem wird auf eine algebraische Gleichung reduziert. Es werden zwei Polynome $R(z)$ und $S(z)$ gesucht, wo A_{cg} , $A_f(z)$ und $B_f(z)$ vorgegeben sind. Die Gleichung (3.23) spielt eine wichtige Rolle bei dieser Methode und wird manchmal als *Diophantine-Gleichung* bezeichnet [1, 34].

Dieser Entwurf bietet auch die Möglichkeit, die Rückführung und die Vorsteuerung zu trennen. Die Führungsgröße sei

$$y_m = H_m u_c = \frac{B_{fm}}{A_{fm}} u_c, \quad (3.25)$$

wobei B_{fm} der Nenner und A_{fm} der Zähler eines optimalen Modells sind.

Es wird angenommen, dass die Antworten von Regelstrecke und Modell gleich sind

$$y(k) = y_m(k),$$

also

$$\frac{y(k)}{u_c(k)} = \frac{y_m(k)}{u_c(k)}. \quad (3.26)$$

Damit wird aus dem Vergleich

$$\frac{B_f T}{A_f R + B_f S} = \frac{B_{fm}}{A_{fm}}, \quad (3.27)$$

denn es gilt

$$T = \frac{B_{fm}}{A_{fm} B_f} (A_f R + B_f S). \quad (3.28)$$

Damit wird aus Gleichung (3.21)

$$u = \frac{B_{fm}A_f}{A_{fm}B_f}u_c + \frac{S}{R}(y_m - y). \quad (3.29)$$

Die Struktur der Gleichung (3.29) ist in Bild 3.3 dargestellt. Mit dieser Struktur ist es möglich, ein schnelleres Führungsverhalten des Stromregelkreises zu erreichen.

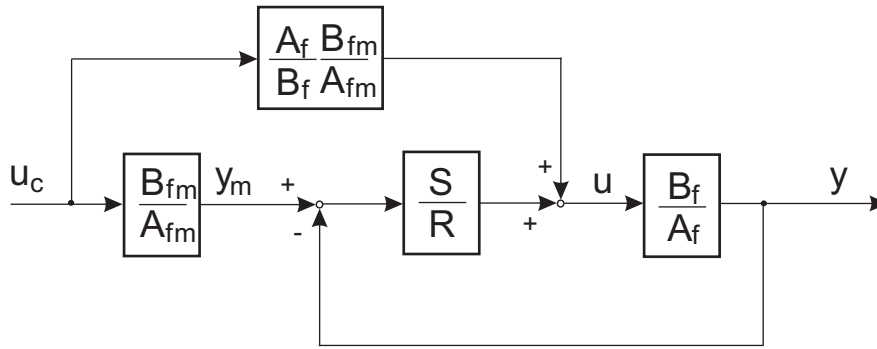


Bild 3.3: Erweiterte Diophantine-Struktur

3.3.1 Einsatz der Methode

Nun wird diese Methode in der Regelstrecke des Linearmotors verwendet. Die identifizierte Regelstrecke lautet

$$\frac{B_f(z)}{A_f(z)} = \frac{B_v}{(z - a)(z + b)} = \frac{180}{(z - 0.96)(z + 0.2)}. \quad (3.30)$$

Die Modelle für die Auslegung der Pole sind

$$\frac{B_o(s)}{A_o(s)} = \frac{a_o^2}{(s + a_o)^2}$$

$$\frac{B_o(z)}{A_o(z)} = \frac{b_{o1}z + b_{o2}}{z^2 + a_{o1}z + a_{o2}}, \quad (3.31)$$

wobei

$$\begin{aligned} b_{o1} &= 1 - e^{-a_o T_s} (1 + a_o T_s) \\ b_{o2} &= e^{-a_o T_s} (e^{-a_o T_s} + a_o T_s - 1) \\ a_{o1} &= -2e^{-a_o T_s} \\ a_{o2} &= e^{-2a_o T_s} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \frac{B_c(s)}{A_c(s)} &= \frac{w_0^2}{s^2 + 2\zeta w_0 s + w_0^2} \\ \frac{B_c(z)}{A_c(z)} &= \frac{b_{c1}z + b_{c2}}{z^2 + a_{c1}z + a_{c2}}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

wobei

$$\begin{aligned} b_{c1} &= 1 - \alpha \left(\beta + \frac{\zeta w_0}{w} \gamma \right) & w &= w_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \\ b_{c2} &= \alpha^2 + \alpha \left(\frac{\zeta w_0}{w} \gamma - \beta \right) & \alpha &= e^{\zeta w T_s} \\ a_{c1} &= -2\alpha\beta & \beta &= \cos(w T_s) \\ a_{c2} &= \alpha^2 & \gamma &= \sin(w T_s) \\ T_s &: \text{Abtastzeit} \end{aligned}$$

Aus den charakteristischen Gleichungen (3.31) und (3.32) folgt

$$A_{cg}(z) = A_o(z)A_c(z) = (z^2 + a_{o1}z + a_{o2})(z^2 + a_{c1}z + a_{c2}) \quad (3.33)$$

und mit Hilfe der Polynome $R(z)$ und $S(z)$:

$$\begin{aligned} R(z) &= (z - 1)(z - r_1) \\ S(z) &= s_0 z^2 + s_1 z + s_2 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Wo der Faktor $(z - 1)$ in $R(z)$ für eine Integration im Regler sorgt [1], ergibt sich

$$(z^2 + a_{o1}z + a_{o2})(z^2 + a_{c1}z + a_{c2}) = (z - a)(z + b)(z - 1)(z - r_1) + B_v(s_0 z^2 + s_1 z + s_2). \quad (3.35)$$

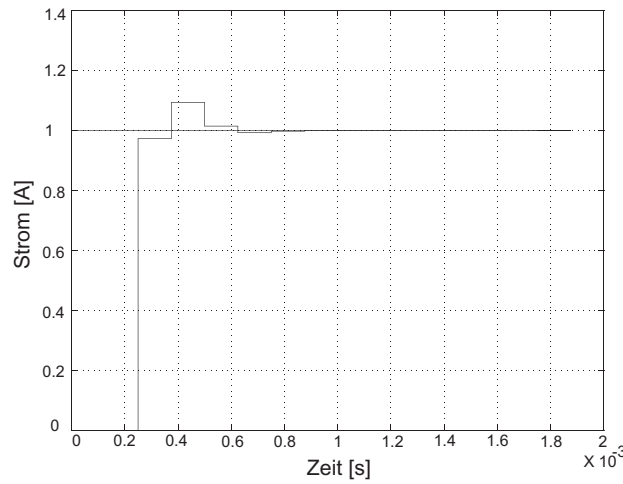


Bild 3.4: Simuliertes Führungsverhalten der Stromregelung

Anhand eines Vergleichs der Koeffizienten gleicher Ordnung folgt

$$\begin{aligned}
 r_1 &= a_{c1} + a_{o1} + a - b + 1, \\
 s_0 &= \frac{a_{c2} + a_{o1}a_{c1} + a_{o2} - (a - b - ab) - r_1(b - a - 1)}{B_v}, \\
 s_1 &= \frac{a_{o1}a_{c2} + a_{o2}a_{c1} - ab - r_1(a - b - ab)}{B_v}, \\
 s_2 &= \frac{a_{o2}a_{c2} - r_1ab}{B_v}.
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Um die Kausalität der Steuerung zu gewährleisten, wird das Modell wie folgt angenommen

$$\frac{B_{fm}}{A_{fm}} = \frac{B_{fm}}{A_c} = \frac{(1 + a_{c1} + a_{c2})}{z^2 + a_{c1}z + a_{c2}}. \tag{3.37}$$

Eine Sprungantwort für die hergeleitete Regelung ist in Bild 3.4 mit $w_0 = 2.6/T_s$, $\zeta = 0.85$ und $a_o = 0.4$ dargestellt.

3.4 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Zwei wichtige Eigenschaften bei dynamischen Systemen (Gl.(2.17)) in der Regelungstechnik sind die *Steuerbarkeit* und die *Beobachtbarkeit*.

Ein System ist steuerbar, wenn man über den Eingang einen gegebenen Anfangszustand in einen anderen Endzustand überführen kann. Eine einfache

Prüfung der Steuerbarkeit für lineare und zeitinvariante Systeme ist möglich, wenn die Steuerbarkeitsmatrix \mathcal{C} den Rang n hat, wobei n die Ordnung der Matrix A ist.

$$\mathcal{C} = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (3.38)$$

Ein System ist beobachtbar, wenn ein Zustand $x(t)$ aus endlich vielen Eingangsgrößen und Ausgangsgrößen bestimmt werden kann. Eine einfache Prüfung der Beobachtbarkeit für lineare und zeitinvariante Systeme ist möglich, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix \mathcal{O} den Rang n hat.

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

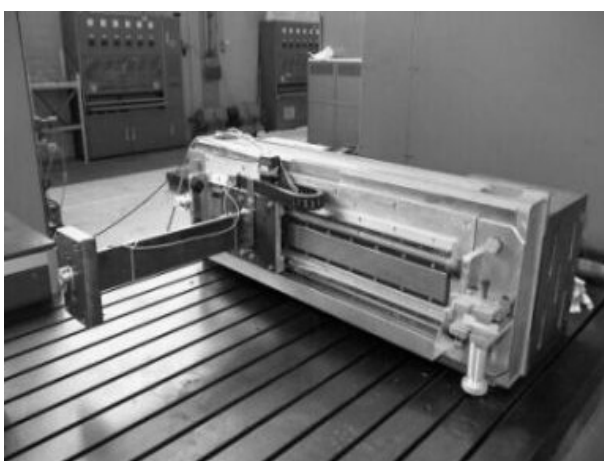
Da in dieser Arbeit die Matrizen A maximal die Ordnung 7 erreichen, werden diese zwei Eigenschaften der Regelstrecken mit den Gleichungen (3.38) und (3.39) geprüft.

In Fall von Matrizen größerer Ordnung sind diese Methoden ungeeignet. Dafür werden alternative Verfahren verwendet, z.B. *Grammians*. Diese Methode bestimmt die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit in einer qualitativen Form und vermeidet numerische Schwierigkeiten [18].

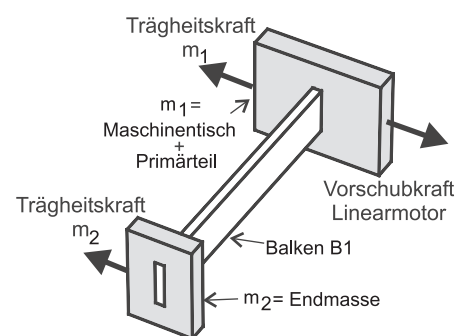
4 Elastisches Zwei-Massen-Modell

Zunächst wird die Dynamik eines Linearmotors mit einem Portalarm (Bild 4.1) anhand eines Zwei-Massen-Modells untersucht. Das Modell setzt sich aus der Masse des Schlittens m_1 , einem Balken $B1$ und einer Masse am Ende des Balkens m_2 zusammen. Diese Anordnung verhält sich wie die Dynamik einer Bestückungsmaschine.

Im praktischen Einsatz ist entweder die niedrigste Eigenfrequenz einer Maschine relevant oder es sind die ersten zwei Eigenfrequenzen von Interesse [62]. In einem ersten experimentellen Versuch wird für das Modell der Regelstrecke nur die erste Eigenfrequenz berücksichtigt. Dann wird auf Basis dieses Modells eine optimale Zustandsregelung hergeleitet, die die Stabilität, die Minimierung des Fehlers und die aktive Dämpfung der ersten Eigenfrequenz gewährleistet.



(a) Portalarm



(b) Freigeschnittenes Modell

Bild 4.1: Versuchsstand

4.1 Schubmittelpunkt und Schwerpunkt des dünnwandigen geraden Balkens

Der Schubmittelpunkt eines dünnwandigen Balkens spielt eine wichtige Rolle bei Strukturen, bei denen die Belastungsebene nicht durch den Profilschwerpunkt läuft. Anhand eines U-Profils werden die zwei grundsätzlich zu unterscheidenden Belastungsfälle und der Schubmittelpunkt erklärt. Im ersten Fall

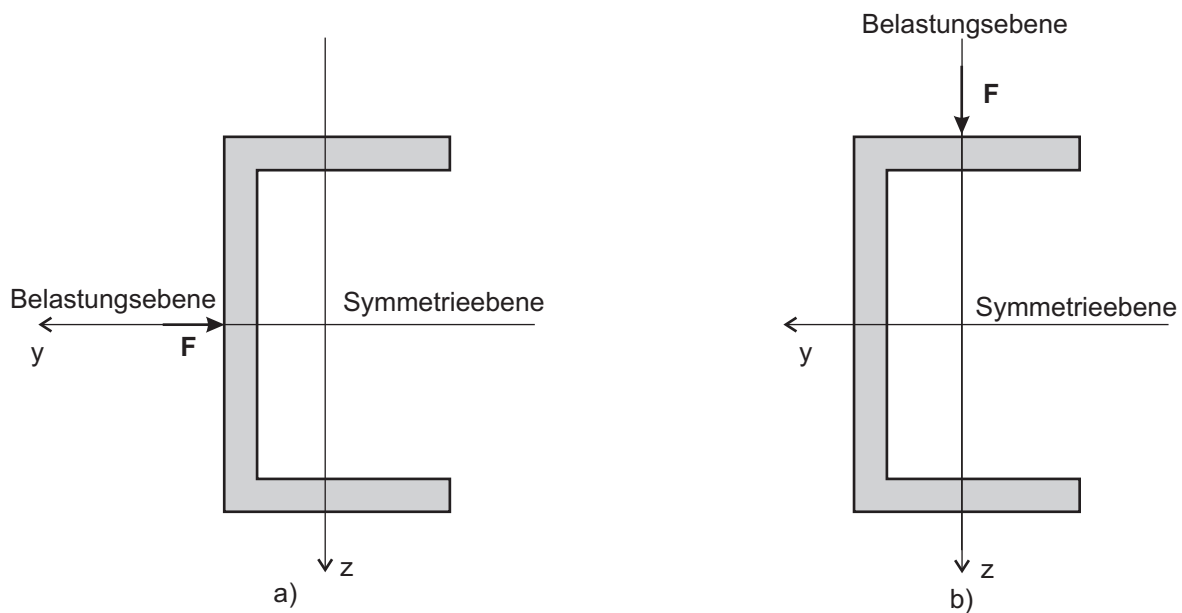


Bild 4.2: Symmetrisch und unsymmetrisch belastetes Trägerprofil mit einer Symmetrieebene

(Bild 4.2a) fallen die Symmetrie- und Belastungsebene zusammen. Dies verursacht eine Durchbiegung, da die internen Querkräfte im Balken im Gleichgewicht sind.

Bild 4.2b zeigt den zweiten Fall. Hier steht die Belastungsebene im Schwerpunkt senkrecht zur Symmetrieachse. Dieser Fall verursacht im Träger zusätzlich eine Verdrehbeanspruchung. Diese Verdrehung wird durch Schubspannungen verursacht, deren Ursache wiederum die Querkräfte sind.

Um diese Verdrehbeanspruchung zu vermeiden, muss die Belastungsebene parallel so verschoben werden, dass das dabei entstehende Moment das Torsionsmoment aufhebt. Der Punkt, der diese Bedingung erfüllt, wird Schubmittelpunkt M genannt (Bild 4.3). Greift die Belastung im Schubmittelpunkt an, dann verursacht sie wieder nur eine Durchbiegung.

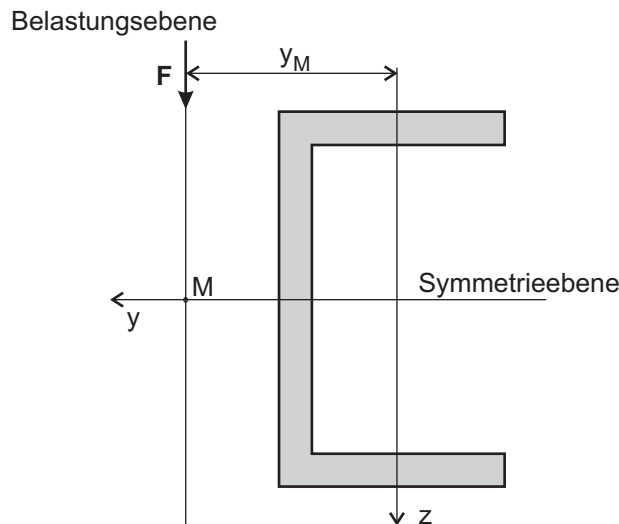


Bild 4.3: Wirkungslinie des Schubmittelpunktes M

In Bild 4.4 ist ein Balken bei zwei Lastfällen dargestellt, die sich durch die Wirkungslinie der angreifenden Kraft F unterscheiden. Im ersten Fall hat die Querkraft ihre Wirkungslinie im Abstand y_M von der z -Achse. An diesen Punkt verursacht die Querkraft eine Verschiebung des Balkens in der z -Richtung. Im zweiten Fall wird ein Torsionsmoment verursacht, da die Querkraft in z -Richtung nicht im Abstand y_M von der z -Achse angreift.

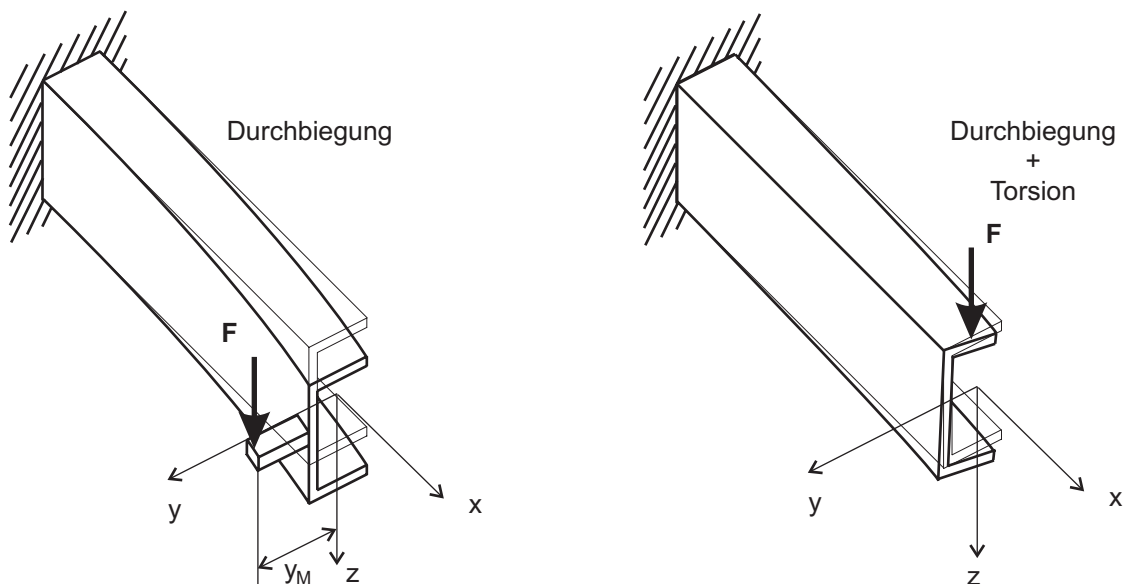


Bild 4.4: Balken unter verschiedener Lage der Lastkraft

4.1.1 Schubmittelpunkt des Versuchs

Die angreifende Kraft in dieser Arbeit ist die Trägheitskraft und wird wegen der hohen Fahrgeschwindigkeit des Portalarmes entlang der y -Achse verursacht. Hierbei spielt der Profilschwerpunkt der Endmasse wegen der Trägheitskraft eine wichtige Rolle.

In Bild 4.5 sind die Symmetrieebenen des Balkens und der Endmasse des Versuchsstandes (Bild 4.1) dargestellt. Da in diesem Fall der Schwerpunkt der Endmasse und der Schubmittelpunkt des Balkens im gleichen Punkt liegen, wird nur eine Durchbiegung auf der y -Achse erwartet. Es wird keine Torsionsschwingung verursacht.

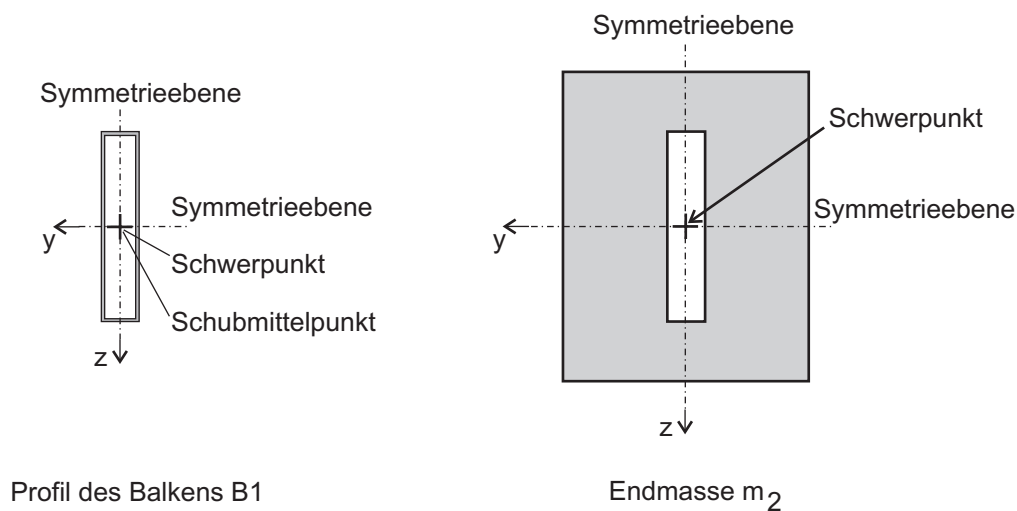


Bild 4.5: Schubmittelpunkt und Schwerpunkt des Versuchs

4.2 Parameteridentifizierung des mechanischen Teiles

Eine wichtige Aufgabe bei der Modellbildung besteht darin, das Modell so einfach wie möglich zu gestalten, um es mit technisch und wirtschaftlich vertretbarem Aufwand untersuchen zu können. Dabei dürfen keine unzulässigen Annahmen, die das Systemverhalten zu stark verfälschen, gemacht werden [56].

Aus der im Bild 4.1 gezeigten realen Anordnung des Versuchs, der mit einem Balken und einer Masse an der Spitze bestückt ist, wird eine freigeschnittene

Zeichnung hergeleitet (Bild 4.1(b)). Dieses freigeschnittene Modell dient als Basis für eine Schwingerkette, die zwei Freiheitsgrade besitzt (Bild 4.6).

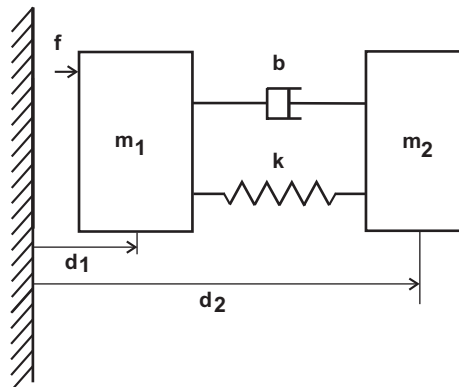


Bild 4.6: Zwei-Massen-Modell

Die linearen Bewegungsgleichungen dieser Schwingerkette lauten:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{d}_1 + (\dot{d}_1 - \dot{d}_2)b + (d_1 - d_2)k &= f \\ m_2 \ddot{d}_2 + (\dot{d}_2 - \dot{d}_1)b + (d_2 - d_1)k &= 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

In Matrix Form ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} m_1 s^2 + bs + k & -(bs + k) \\ -(bs + k) & m_2 s^2 + bs + k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1(s) \\ d_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} f(s) \quad (4.2)$$

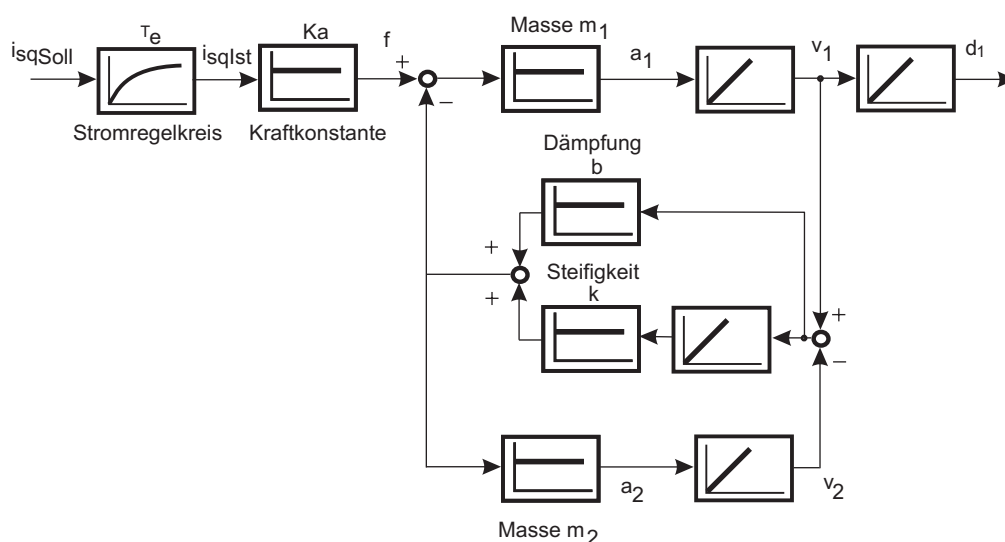


Bild 4.7: Blockschaltbild des Zwei-Massen-Modells

Damit gibt es zwei Übertragungsfunktionen von Interesse, einerseits zwischen d_1 und f und andererseits zwischen d_2 und f :

$$\frac{d_1(s)}{f(s)} = \frac{1}{m_1} \frac{s^2 + \frac{b}{m_2}s + \frac{k}{m_2}}{s^2 + \left(\frac{b}{m_1} + \frac{b}{m_2}\right)s + \left(\frac{k}{m_1} + \frac{k}{m_2}\right)} \quad (4.3)$$

$$\frac{d_2(s)}{f(s)} = \frac{1}{m_1} \frac{\frac{b}{m_2}s + \frac{k}{m_2}}{s^2 + \left(\frac{b}{m_1} + \frac{b}{m_2}\right)s + \left(\frac{k}{m_1} + \frac{k}{m_2}\right)} \quad (4.4)$$

Bei der ersten Übertragungsfunktion (4.3) sitzen Sensor und Aktor auf einer flexiblen Struktur nebeneinander (kollokierte Aktor-Sensor Paarung). Die zweite Übertragungsfunktion (4.4) zeichnet sich durch eine strukturelle Flexibilität zwischen Sensor und Aktor aufgrund verschiedener Lage aus (non-kollokierte Aktor-Sensor Paarung).

Für die Identifikation der Regelstrecke wird die Übertragungsfunktion (4.3) als Referenz für die Bestimmung der Koeffizienten der Regelstrecke angenommen. Damit wird die Beschleunigung der Masse m_1 gemessen.

Um eine höhere Genauigkeit des Modells zu erhalten, wird die Dynamik des Stromkreises als PT_1 -Glieder betrachtet. Als Eingangssignal für die Identifikation wird eine Reihe von Stromsprüngen verwendet.

$$\frac{i_{sqIst}(s)}{i_{sqSoll}(s)} = \frac{1}{T_e s + 1}, \quad (4.5)$$

wobei gilt

$$\frac{f(s)}{i_{sqIst}(s)} = K_a, \quad \text{mit } K_a = 32.7 \text{ N/A} \quad (4.6)$$

die Kraftkonstante des Linearmotors und T_e die Zeitkonstante des Stromkreises sind [29].

Die Gleichungen (4.5) und (4.6) werden in (4.3) eingesetzt. Hieraus folgt die

Übertragungsfunktion zu identifizieren,

$$\frac{a_1(s)}{i_{sqSoll}(s)} = \frac{K_a}{m_1 T_e} \frac{s^2 + \frac{b}{m_2} s + \frac{k}{m_2}}{s^3 + \left(\frac{b}{m_1} + \frac{b}{m_2} + \frac{1}{T_e}\right) s^2 + \left(\frac{k}{m_1} + \frac{k}{m_2} + \frac{b}{m_1 T_e} + \frac{b}{m_2 T_e}\right) s + \left(\frac{k}{m_1 T_e} + \frac{k}{m_2 T_e}\right)}. \quad (4.7)$$

Ein Blockschaltbild der Gleichung (4.7) ist in Bild 4.7 abgebildet.

4.2.1 Identifiziertes Modell

Mit Hilfe von *Ident* aus dem Paket *System Identification Toolbox* des Simulationsprogramms Matlab wird eine Übertragungsfunktion der Regelstrecke mit einer ARX-Struktur entsprechend (4.7) identifiziert.

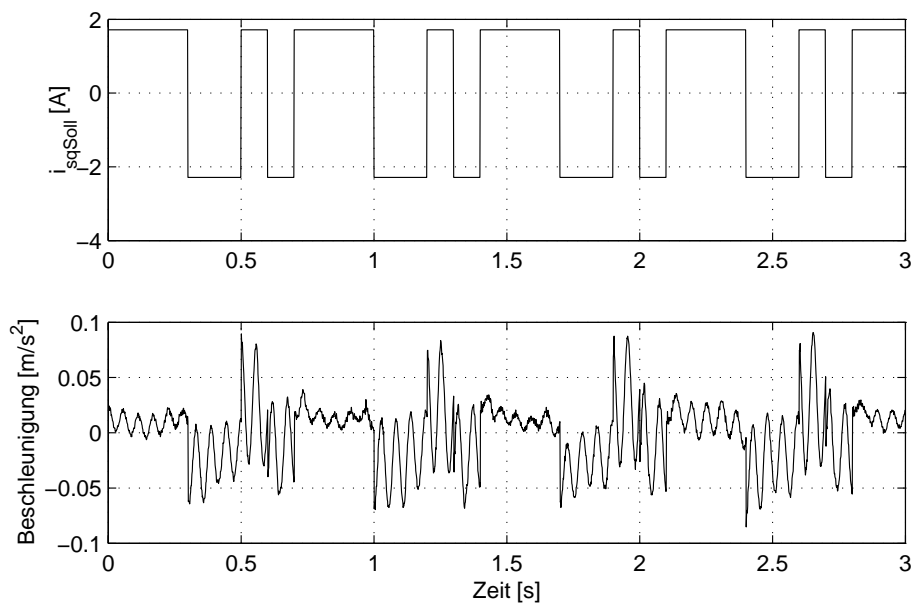


Bild 4.8: Ein- und Ausgangssignale bei der Identifikation des mechanischen Systems

Bild 4.8 zeigt die Beschleunigung als Antwort auf eine Reihe von Stromsprüngen. Hier ist zu sehen, wie bei dem gleichen Eingangssignal einige Differenzen auftreten, die von der Reibung, den Rastkräften und anderen Faktoren hervorgerufen werden. Diese Faktoren werden bei dem Modell der Regelstrecke nicht berücksichtigt.

In Bild 4.9 ist das Spektrum für die Beschleunigung dargestellt. Man erkennt eine Resonanzfrequenz bei 17 Hz.

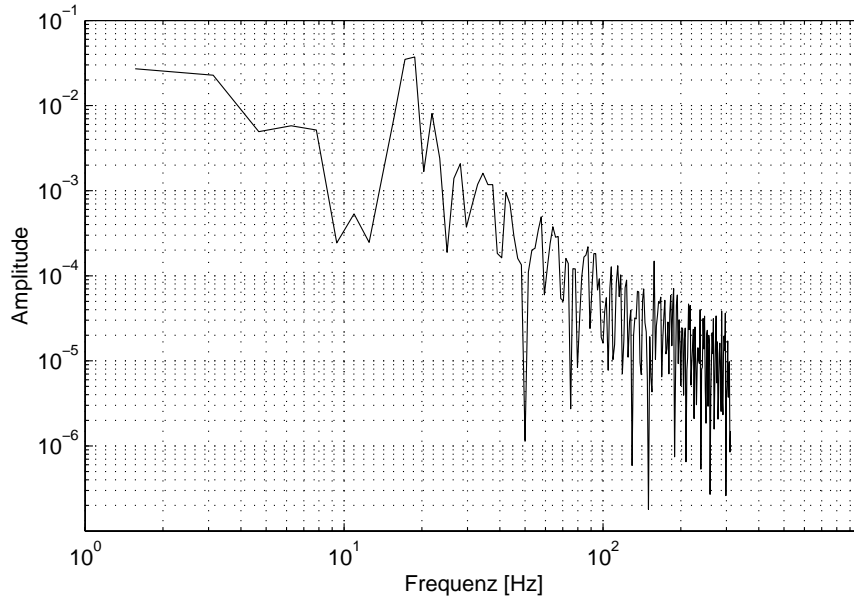


Bild 4.9: Frequenzgang des mechanischen Teiles mit einer ausgeprägten Eigenfrequenz bei 17 Hz

Für die Ermittlung der Parameter der Regelstrecke wurden mehrere Reihen von Testsignalen (Bild 4.8) als Eingangssignale aufgeschaltet. Mittels des *Ident* Programms wurde eine offline Identifikation durchgeführt. Die identifizierte ARX-Struktur-Übertragungsfunktion lautet:

$$\frac{a_1(s)}{i_{sqSoll}(s)} = 1.706 \frac{A_o}{I_o} \frac{s^2 + 14.6s + 6208}{s^3 + 3240s^2 + 63880s + 3.713 \times 10^7}, \quad (4.8)$$

wobei A_o und I_o die Normierung für die Beschleunigung und den Strom sind.

Die Pole und Nullstellen in der s-Ebene der Gleichung (4.8) sind in Bild 4.10 dargestellt. Ein Vergleich der Antwort der Gleichung (4.8) mit der realen Antwort der Anordnung ist in Bild 4.11 gezeigt.

Die von der Reibung, der Rastkraft und anderen Faktoren verursachten Störungen sind in Bild deutlich zu erkennen. Obwohl die Antworten nicht gleich erscheinen, ist die identifizierte Übertragungsfunktion für die Ermittlung der Parameter der Übertragungsfunktion (4.7) ausreichend, da nur Steifigkeit, Dämpfung, Zeitkonstante und die Verteilung der Massen identifiziert werden.

Anhand eines Vergleichs der Elemente der Übertragungsfunktionen (4.7) und (4.8) und mit der Voraussetzung, dass die beide Massen m_1 und m_2 zusammen 22 kg wiegen, wurden die folgenden Werte bestimmt:

$$\begin{aligned}
 \frac{b}{m_1} + \frac{b}{m_2} + \frac{1}{T_e} &= 3240 \\
 \frac{k}{m_1} + \frac{k}{m_2} + \frac{b}{m_1 T_e} + \frac{b}{m_2 T_e} &= 63880 \\
 \frac{k}{m_1 T_e} + \frac{k}{m_2 T_e} &= 3.713 \cdot 10^7 \\
 \frac{K_a}{m_1 T_e} &= 1.706 \frac{A_o}{I_o} \\
 \frac{b}{m_2} &= 14.6 \\
 \frac{k}{m_2} &= 6208 \\
 m_1 + m_2 &= 22
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Hieraus ergeben sich die folgende Werte:

$$\begin{aligned}
 T_e &= 3.1 \cdot 10^{-4} \text{ s} \\
 k &= 63321.6 \text{ N/m} \\
 b &= 148.92 \text{ Ns/m} \\
 m_1 &= 11.8 \text{ kg} \\
 m_2 &= 10.2 \text{ kg}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Mit Hilfe dieser Werte ist es möglich, die Eigenfrequenz des Modells zu berechnen:

$$w_o = \sqrt{k \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}. \tag{4.11}$$

Damit ergibt sich $w_o = 107.58 \text{ rad}$ bzw. $f_o = 17.12 \text{ Hz}$.

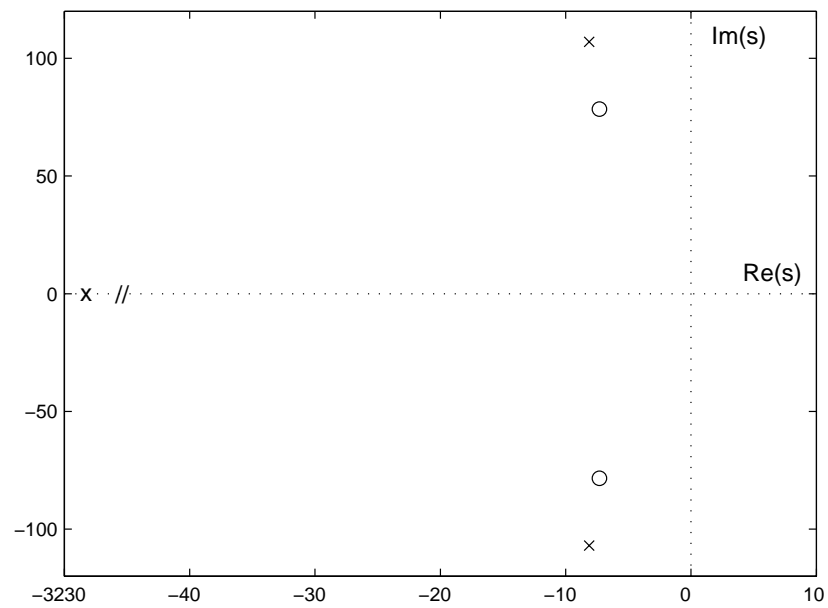


Bild 4.10: Pole und Nullstellen in der s-Ebene des Modells

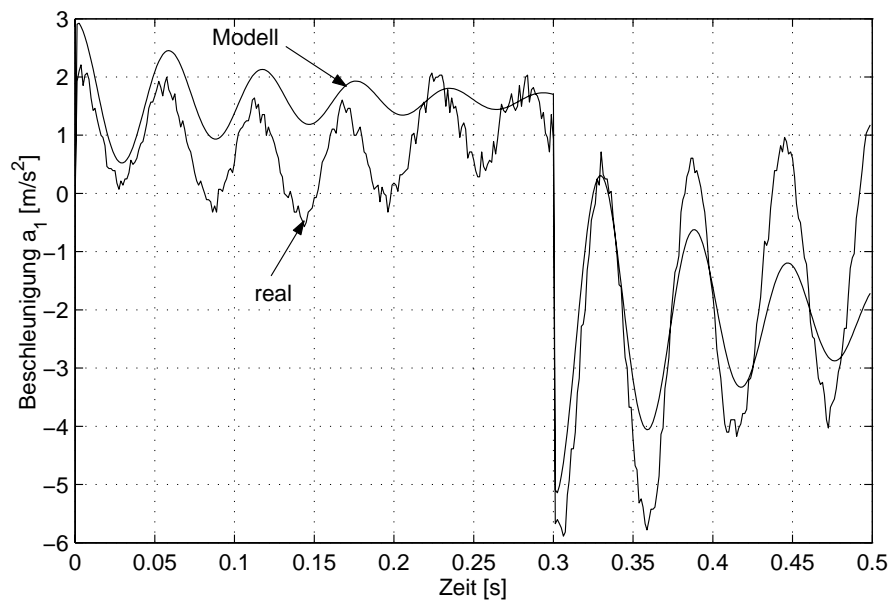


Bild 4.11: Vergleich des identifizierten Modells mit der realen Regelstrecke

4.2.2 Gemessene Steifigkeit

Da die Dämpfung kaum Einfluss auf den Wert der Eigenfrequenz hat, lässt sich ein einfaches Modell herleiten, wenn die Steifigkeit und die Massen des Systems bekannt sind.

Da die Massen der Anordnung bekannt sind, muss hierfür lediglich die Steifigkeit des Systems ermittelt werden. Die Bestimmung wurde anhand einer allmählichen Zunahme einer Kraft und der jeweiligen Messung der Verschiebung der Endmasse durchgeführt.

Die experimentellen Werte aus zwei Reihen von Messungen sind in der Tabelle 4.1 zusammengestellt. Aus dieser Untersuchung wurde ein durchschnittlicher

Tabelle 4.1: Gemessene Steifigkeiten (N/m)

Versuch 1	Versuch 2
60619	60417
59289	59077
59525	58639
59342	58680
58947	58337
57489	57673
56046	57143
58751	58566

Wert von 58700 N/m für die Steifigkeit der Anordnung gefunden. Die Differenz zwischen dem Wert aus dieser Untersuchung und dem aus (4.10) ist nicht groß, was für die Zuverlässigkeit dieses Wertes für die Steifigkeit des Modells spricht.

4.3 Zustandsmodell

Anhand der hergeleiteten Werte des vorherigen Abschnitts ist es nun möglich, eine Zustandsgrößendarstellung der Regelstrecke zu ermitteln. Diese Darstellung wurde gewählt, da sie nicht nur einen Einblick in das Ein-Ausgangsverhalten erlaubt, sondern auch die internen Zustandsgrößen darstellt.

Die Zustandsgleichungen des Prozesses lauten:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (4.12)$$

Aus der Gleichung (4.1) werden die Zustandsgrößen bestimmt. Die Matrizen der Gleichung (4.12) lauten:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m_1} & -\frac{b}{m_1} & \frac{K_a}{m_1} & \frac{k}{m_1} & \frac{b}{m_1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & \frac{b}{m_2} & 0 & -\frac{k}{m_2} & -\frac{b}{m_2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$B = [0 \ 0 \ \frac{1}{T_e} \ 0 \ 0]' \quad (4.14)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]; \quad D = [0] \quad (4.15)$$

wobei $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]'$ und $u = i_{sqSoll}$,
mit

- x_1 : Lage der Masse m_1 ,
- x_2 : Geschwindigkeit der Masse m_1 ,
- x_3 : Strom i_{sqIst} ,
- x_4 : Lage der Masse m_2 und
- x_5 : Geschwindigkeit der Masse m_2 .

Die zeitdiskreten Zustandsgleichungen lauten

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Die Matrizen Φ und Γ wurden mit dem Matlab Befehl *c2dm* bei einer Abtastzeit von 1/8000 s ermittelt.

4.4 Zustandsgrößenbeobachter reduzierter Ordnung

Obwohl es die Möglichkeit einer direkten Bestimmung der fünf Zustandsgrößen der Zustandsgleichung (4.12) gibt, wird für die theoretische Untersu-

chungen ein Zustandsgrößenbeobachter reduzierter Ordnung hergeleitet. Für dieses Verfahren werden die Matrizen A und B in messbare und nicht messbare Größen getrennt.

Damit ergibt sich aus (4.12)

$$\dot{x} = \left[\begin{array}{ccc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m_1} & -\frac{b}{m_1} & \frac{K_a}{m_1} & \frac{k}{m_1} & \frac{b}{m_1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & \frac{b}{m_2} & 0 & -\frac{k}{m_2} & -\frac{b}{m_2} \end{array} \right] x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_e} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (4.17)$$

wobei die Lage und Geschwindigkeit der Masse m_2 die nicht messbaren Größen sind.

Im Zeitdiskreten folgt

$$\begin{bmatrix} x_g(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} u(k), \quad (4.18)$$

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} H1 & H2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

wobei

$x_g(k)$: die messbaren Zustandsgrößen und

$x_n(k)$: die nicht messbaren Zustandsgrößen sind.

Die Zustandsgleichungen des reduzierten Beobachters erhält man nach [14]. Sie lauten

$$\begin{aligned} \rho(k+1) &= (\Phi_{22} - L\Phi_{12})\rho(k) + ((\Phi_{22} - L\Phi_{12})L + \Phi_{21} - L\Phi_{11})x_g(k) \\ &\quad + (\Gamma_2 - L\Gamma_1)u(k), \\ x_n(k) &= \rho(k) + Lx_g(k). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Die Matrix L ist so zu wählen, dass die Eigenwerte der Matrix $\Phi_{22} - L\Phi_{12}$ die gewünschten Positionen in der z -Ebene einnehmen.

4.5 Positionsregelung des schwingungsfähigen Systems

Die Zustandsregelung ist gut geeignet für eine Regelung auf Basis von Mikrorechner, da sie nur aus verstärkten Rückführungen jeder Zustandsgröße besteht, wenn alle Zustandsgrößen messbar sind. Wenn dies nicht der Fall ist, bietet der reduzierte Beobachter eine gute Lösung für diese Problematik an, da der Entwurf der Regelung und der des Beobachters getrennt durchgeführt werden können [35].

Eine andere wichtige Eigenschaft der Zustandsregelung ist, dass im Prinzip durch die Rückführung der Zustandsgrößen eine beliebige Polvorgabe möglich ist. Da in diesem Verfahren n Polstellen, wie die Ordnung der Regelstrecke, gewählt werden müssen, führt diese Eigenschaft gelegentlich zu Schwierigkeiten. Für diese Aufgabe wird manchmal Erfahrung verlangt. Deswegen sollte diese Methode in Verbindung mit anderen Techniken, wie z.B. der optimalen Polvorgabe, verwendet werden. Obwohl diese Methodik auch Bewertungsmatrizen benötigt, gibt es einfache Richtlinien für die Ermittlung dieser Matrizen. Diese Richtlinien werden im nächsten Abschnitt diskutiert.

4.5.1 Ermittlung der Rückführung

Für die Ermittlung der Zustandsrückführungen wird der Algorithmus für die optimale Zustandsregelung verwendet, der in Bild 3.1 dargestellt ist. Das Bild 4.12 zeigt einen Verlauf der fünf Zustandsrückführungen für das identifizierte Modell mit den folgenden Werte der Matrizen Q_1 und Q_2 :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

und

$$Q_2 = [10^{-9}]. \quad (4.22)$$

Der Wert der Matrix Q_1 wurde aus der Bedingung

$$x^T(k)Q_1x(k) = y^T(k)Vy(k) \quad (4.23)$$

angenommen [25] . Wo die Diagonalmatrix V für die Wichtung der Ausgangsgrößen in dieser Bedingung verwendet wird. Nach $y(k) = Cx(k)$ folgt

$$y^T(k)Vy(k) = x^T(k)C^TVCx(k) \quad (4.24)$$

also $Q_1 = C^TVC$. Mit einer Einheitsmatrix V gilt:

$$Q_1 = C^TC. \quad (4.25)$$

Die symmetrische Matrix Q_1 bei dieser Simulation zeigt, dass die Lage der Masse m_1 und der Masse m_2 gewichtet wurden. Zum Unterschied von Q_1 wurde Q_2 praktisch ermittelt.

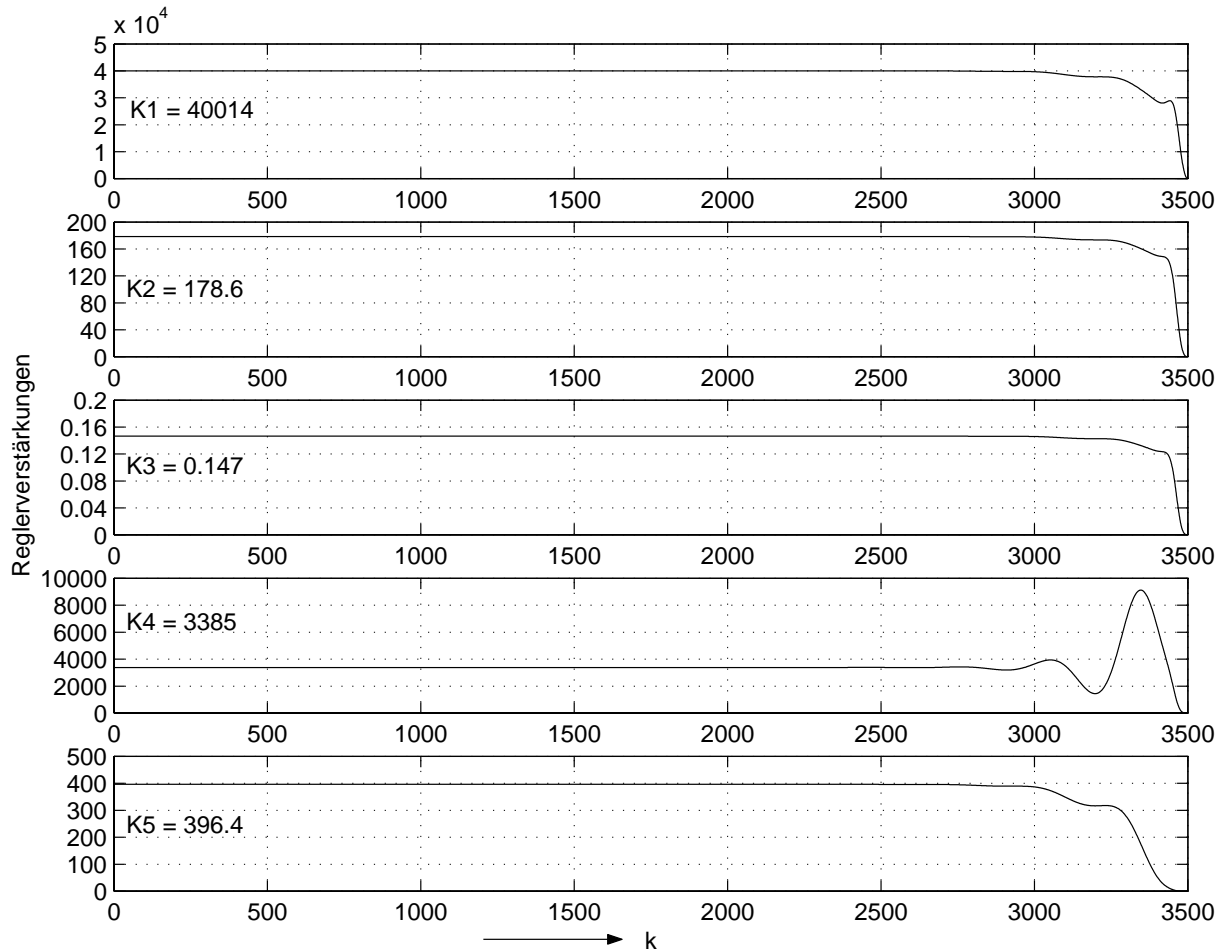


Bild 4.12: Verlauf der Koeffizienten der Zustandsrückführung für $Q_2 = 10^{-9}$.

In der Tabelle 4.2 sind Zustandsrückführungen bei verschiedenen Werten der Matrix Q_2 mit einer konstanten Matrix Q_1 , gezeigt. Bild 4.13 zeigt einen Verlauf der Pole in der s-Ebene bei verschiedenen Werten der Matrix Q_2 .

Tabelle 4.2: Reglerverstärkungen

Verstärkungen	$Q_2 = 10^{-8}$	$Q_2 = 10^{-9}$	$Q_2 = 10^{-10}$	$Q_2 = 10^{-11}$
K1	13976	40014	113644	325871
K2	103	178.6	313	565
K3	0.087	0.147	0.246	0.412
K4	-82	3385	20770	84189
K5	126	396.4	1202	3585

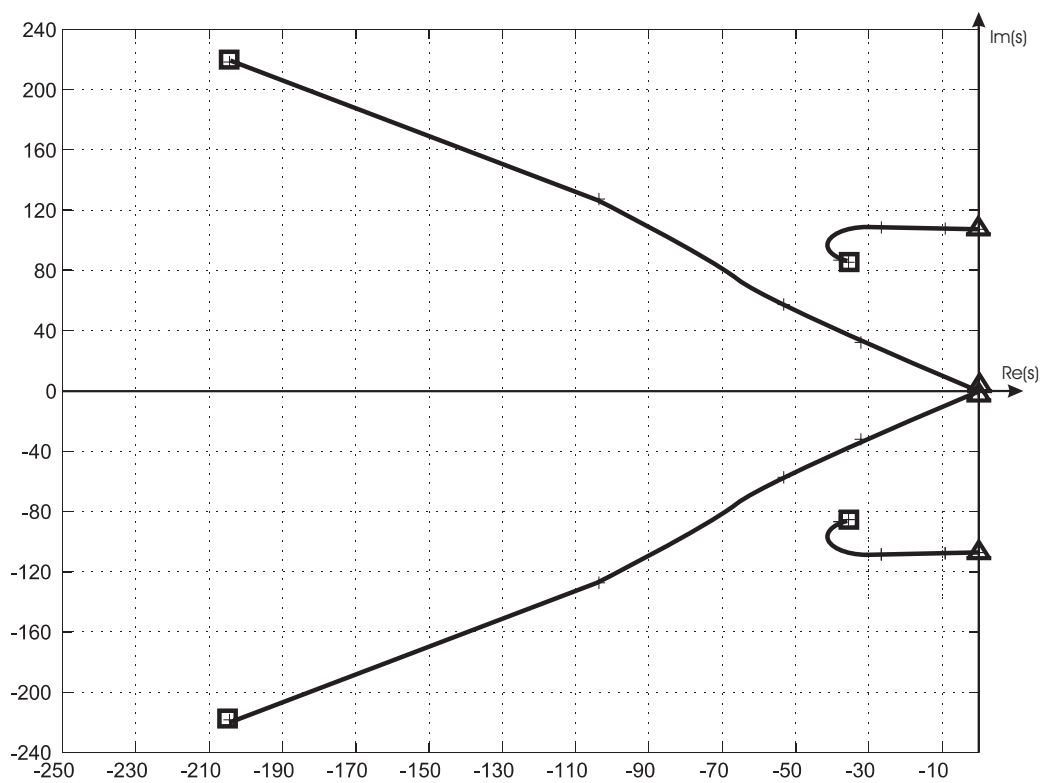


Bild 4.13: Wurzelortskurve der Pole in der s-Ebene

4.6 Eingangsignal

Bis jetzt wurde nur das Regelproblem untersucht. Unser Ziel ist nun die Einbeziehung der Führungsgröße in das System. Dafür wird eine Methode verwendet, bei der Überlegungen für ein gutes Verhalten der Systemantwort einfließen.

Hier wird die Führungsgröße für ein System betrachtet, bei dem alle Zustandsgrößen gemessen werden.

Auf Basis des Bildes 4.14 folgt

$$u_{ss} = N_u r. \quad (4.26)$$

Für den stationären Bereich werden

$$\begin{aligned} N_x r = x_r &= x_{ss} \quad \text{und} \\ H_r x_{ss} = y_r &= r \end{aligned} \quad (4.27)$$

ermittelt, wobei x_{ss} die Zustandsgrößen im stationären Bereich sind.

Hieraus folgt

$$H_r N_x r = r,$$

also

$$H_r N_x = I. \quad (4.28)$$

Im stationären Bereich gilt:

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) \Rightarrow x_{ss} = \Phi x_{ss} + \Gamma u_{ss}. \quad (4.29)$$

Aus den Gleichungen (4.26) und (4.27) erhält man:

$$(\Phi - I)N_x + \Gamma N_u = 0. \quad (4.30)$$

Mit (4.28) und (4.30) in Form einer Matrixgleichung ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ H_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Aus dieser Matrixgleichung kann man N_x und N_u berechnen:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ H_r & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Die Lage der Masse m_1 soll der Führungsgröße folgen, wenn keine Abweichung der Position der Endmasse m_2 bezüglich der Position der Masse m_1 vorliegt. Daher wird

$$H_r = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (4.33)$$

gewählt. Hieraus errechnet man mit der Gleichung (4.32)

$$N_x^T = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] . \quad (4.34)$$

und $N_u = 0$.

Die Matrix N_u verschwindet immer für Systeme von Typ I¹ oder höher.

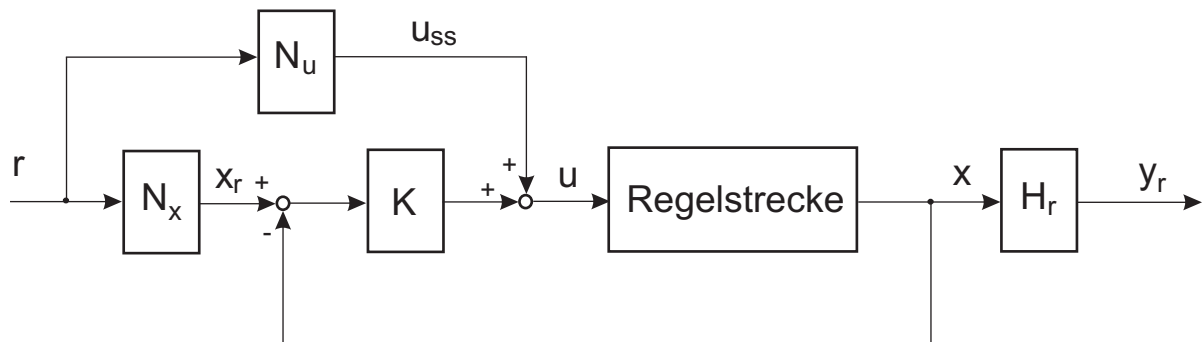


Bild 4.14: Signalflußbild des Systems mit Führungsgröße

4.7 Simulation

Für eine Simulation wurde die oben geschilderte Struktur der Führungsgröße, der Regler und der Beobachter der letzten Abschnitte zusammengefasst. Das Bild 4.15 zeigt die gesamte Struktur des Regelkreises.

In Bild 4.16 ist ein Positioniervorgang bei 0.1 m mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s und einer Beschleunigung von 10 m/s² dargestellt. Der Ruck beträgt 10000 m/s³. Hier ist zu sehen, wie die Verschiebungen der beiden Massen

¹I-Glied in der Übertragungsfunktion

eine Verzögerung im Vergleich mit der Führungsgröße entlang der Trajektorie hervorruft. Ein Grund dafür ist, dass hier eine Positionsregelung verwendet wurde. Bei dieser Regelung sind nur die Anfangsposition und die Endposition von Interesse. Im Gegensatz zu einer Bahnregelung, wo die Bahnabweichung von der Sollbahn minimal bleiben muss.

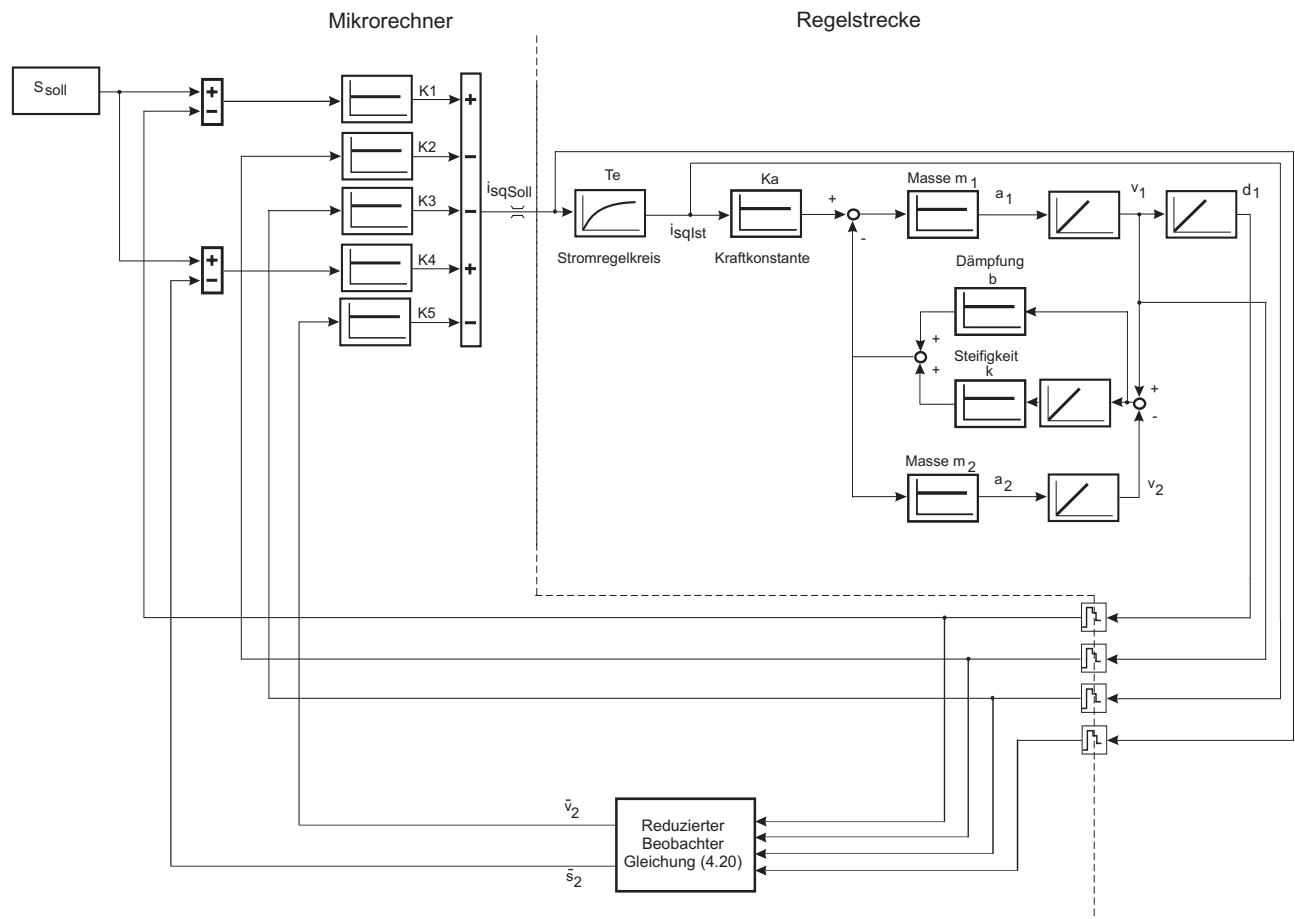


Bild 4.15: Positionsregelung

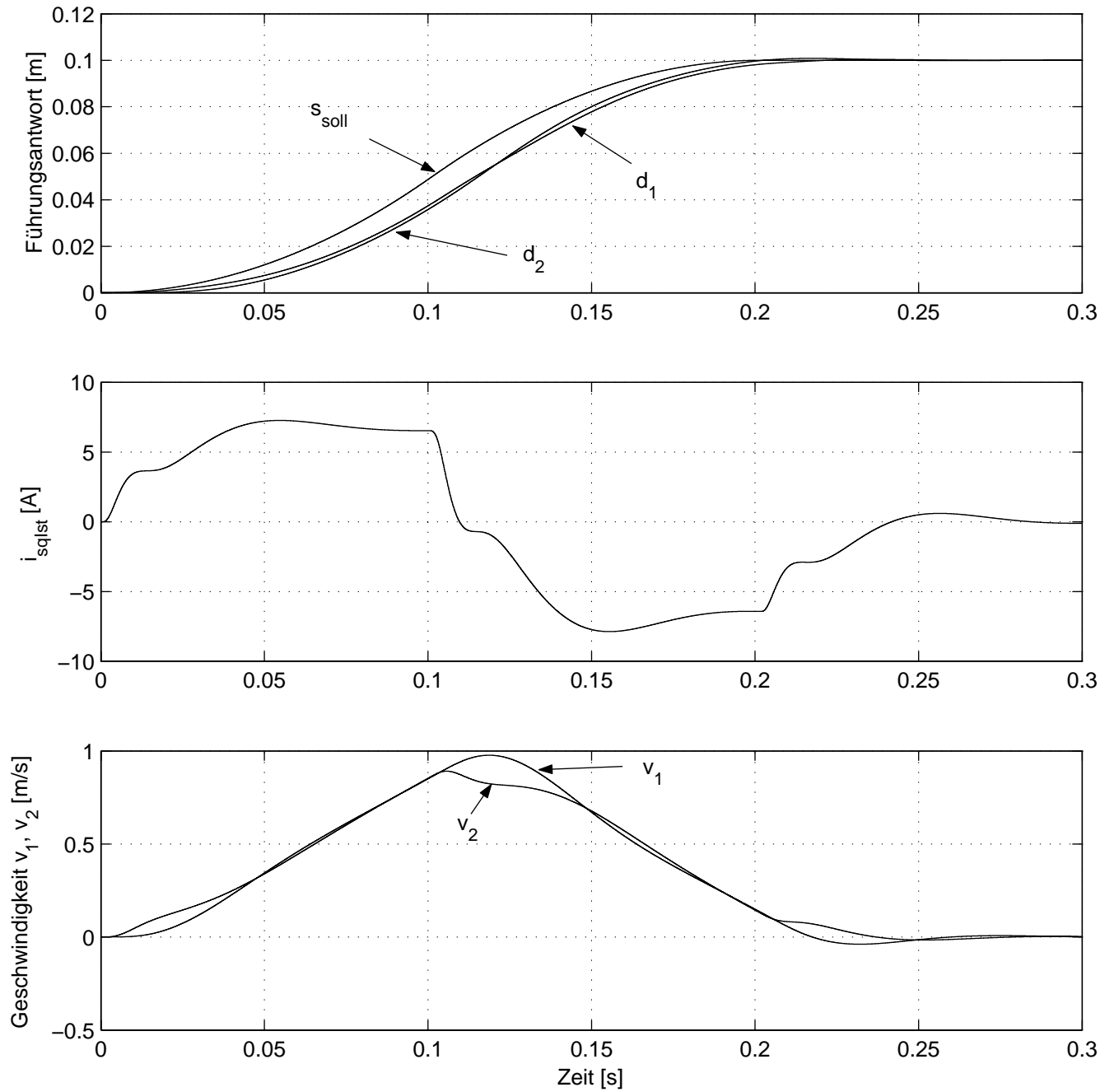


Bild 4.16: Führungsantwort bei $s_{soll} = 0.1, v = 1, a = 10, r = 10000$.

5 Elastisches Drei-Massen-Modell

Im Kapitel 4 wurde das Problem der Biegeschwingung eines geraden Balkens mit einer Endmasse am freien Ende betrachtet. Der Grund für die Entstehung einer Biegeschwingung ist, dass der Schubmittelpunkt des Balkens auf der Symmetrieebene der Endmasse liegt. Nun wird der Versuch um zwei zusätzliche Elemente erweitert. Die Besonderheit hier ist die Lage dieser Elemente. In der Demonstration zeigt sich, dass diese neue Anordnung eine zusätzliche Eigenfrequenz anregt. Diese neue erregte Schwingung ist eine Torsionsschwingung.

Die Entstehung dieser Torsionsschwingung beruht auf der Tatsache, dass der Schubmittelpunkt des Balkens und der Schwerpunkt der neuen Endmasse nicht den gleichen Ort haben.

5.1 Strukturelle Modifikation des Versuchs

Die Erweiterung der Endmasse am freien Ende der Anordnung bewirkt eine bedeutende Veränderung der fundamentalen Resonanzen des dynamischen Systems. Bild 5.1 zeigt die neue Anordnung des Systems. Der Grund für diese zusätzlichen Elemente ist eine bessere Abbildung einer Bestückungsmaschine. Diese zusätzlichen Elemente repräsentieren die Masse eines zweiten Motors am freien Ende des Balkens B1. Hierdurch wird eine neue Bestimmung der Parameter der Regelstrecke nötig.

5.1.1 Veränderung der Resonanzen wegen einer Erweiterung der Endmasse

Das dynamische Verhalten einer Struktur ist durch die Verteilung ihrer Masse, ihrer Steifigkeit und ihrer Dämpfung bestimmt. Im allgemeinen werden die

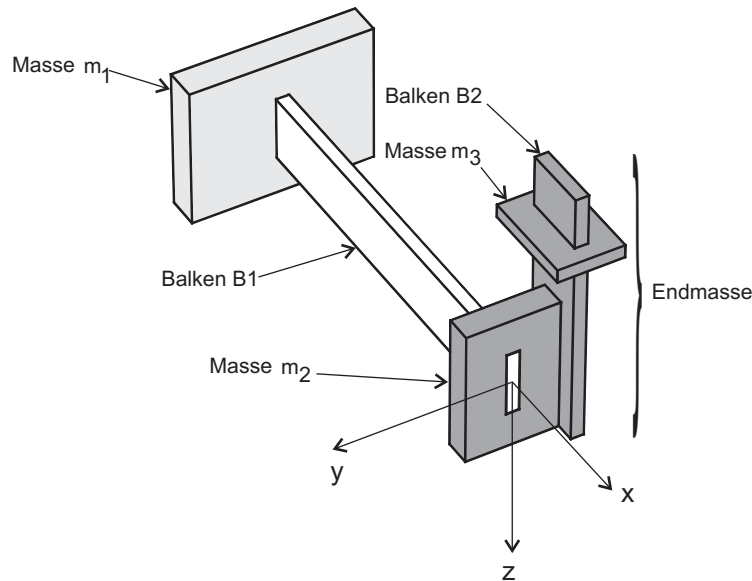


Bild 5.1: Erweiterung der Endmasse des Versuchs

dynamischen Untersuchungen eines solchen Systems durch die Berücksichtigung der Massen-Steifigkeit-Dynamik durchgeführt, da die Dämpfung im allgemeinen klein ist und kaum Wirkung auf der Lage der Eigenfrequenzen einer flexiblen Struktur hat. In solchem Fall kann Dämpfung vernachlässigt werden.

Gelegentlich ist bei der Untersuchung einer flexiblen Struktur eine Trennung zwischen den Effekten der Masse und der Steifigkeit zulässig. Obwohl in der Realität manchmal diese Trennung nicht möglich ist, z. B. wenn der Querschnitt eines Balkens modifiziert ist, werden hier gleichzeitig die Masse und die Steifigkeit des Systems verändert. In diesem Kapitel wird nur die Dynamik der Struktur bei der Erweiterung der Endmasse des Systems untersucht, da der Balken *B1* nicht wesentlich verändert wurde.

Bild 5.2 zeigt die Frequenzgänge der Beschleunigung am freien Ende eines Balkens bei einer Zunahme der Endmasse. Dabei werden die Resonanzen zu kleineren Frequenzen hin verschoben und die Lage der Antiresonanzen bleibt erhalten. Das bedeutet theoretisch, dass Antiresonanzen bei einer Zunahme der Endmasse die Resonanzen auslöschen.

Aus diesen Überlegungen heraus wird erwartet, dass die erste Resonanzfrequenz unseres Versuchs kleiner wird. Da keine effektive Änderung der Stei-

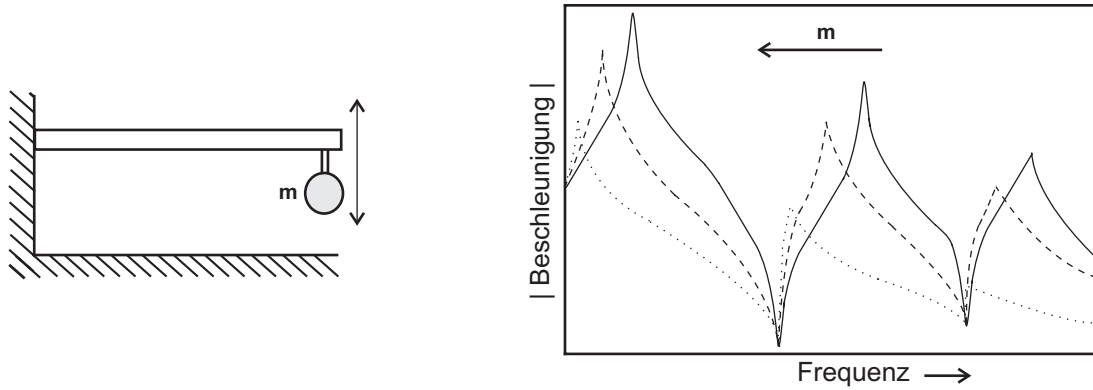


Bild 5.2: Einseitig eingespannter Balken bei einer zusätzlichen Masse

figkeit des Balkens $B1$ angenommen wurde, werden alle Änderungen aufgrund der zusätzlichen Elemente (Masse m_3 und Balken $B3$) verursacht. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, dass nicht nur eine Verschiebung der ersten Eigenfrequenz auftritt, sondern auch eine neue Eigenform erscheint.

5.2 Schubmittelpunkt und Schwerpunkt

Im Kapitel 4 wurden der Schubmittelpunkt und Schwerpunkt der Anordnung untersucht. Dort haben beide Punkte den gleichen Ort, was nur eine Biegeschwingung verursacht hat. Bei dieser neuen Anordnung des Systems wird eine neue Eigenform erwartet. Die neue Eigenform ist eine Torsionschwingung, da der Schwerpunkt der Endmasse und der Schubmittelpunkt des Balkens verschiedene Orte haben [66]. Der Schubmittelpunkt des Balkens bleibt unverändert (Bild 5.4). Der Schwerpunkt der Endmasse wird nun untersucht.

5.2.1 Schwerpunkt der Endmasse

Der Profilschwerpunkt der Endmasse am Ende des Balkens $B1$ (Bild 5.1) kann durch

$$\mathbf{r} = \frac{\sum_{i=0}^3 m_i r_{M_i}}{\sum_{i=0}^3 m_i} \quad (5.1)$$

bestimmt werden,
wobei

m_i : die Masse des Körpers i

r_{M_i} : die Lage des Massenmittelpunktes des Körpers i ,

sind.

Bild 5.3 zeigt die Abmessungen der Elemente (in cm) mit den folgenden Massen:

$$m_2 = 8.5 \text{ kg},$$

$$m_3 = 2.0 \text{ kg},$$

Masse des Balkens B2 = 2.0 kg.

Der Schwerpunkt der Endmasse wird wie folgt ermittelt,

$$\text{auf der } y\text{-Achse: } \mathbf{r}_{yS} = \frac{0 \cdot 8.5 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 8}{8.5 + 2 + 2} = 2.56 \text{ cm}, \quad (5.2)$$

$$\text{auf der } z\text{-Achse: } \mathbf{r}_{zS} = \frac{0 \cdot 8.5 + 2 \cdot 9.5 + 2 \cdot 20.5}{8.5 + 2 + 2} = 4.8 \text{ cm}. \quad (5.3)$$

Der Schwerpunkt der Masse m_2 dient als Referenz.

Bild 5.4 zeigt, dass der Schwerpunkt eines komplexen Körpers innerhalb des kleinsten konvexen Polyeders seiner Eckpunkte liegt, die Teilschwerpunkte der einzelnen Massen sind.

Da der Profilschwerpunkt nicht mehr auf der Wirkungslinie des Schubmittelpunktes des Balkens entlang der y -Achse liegt, wird eine Torsionsschwingung wegen der Trägheitskraft der Endmasse erwartet. Neben den Trägheitskräften können auch die Nut- und Polrastkräfte bei besonderen Geschwindigkeiten des Linearmotors Schwingungen ausüben. Diese Kräfte wirken als ortsabhängige Störungen auf den Schlitten ein und sind exakt reproduzierbar und unabhängig von den Motorströmen. In dieser Arbeit wurden die Amplituden dieser Kraftwelligkeit mit einer Steuerung beim Stromregler ausgeglichen. Außerdem werden sie von den überlagerten Regelkreisen weiter beseitigt. Deswegen haben diese Kräfte kaum Effekt auf die Regelgüte des Systems.

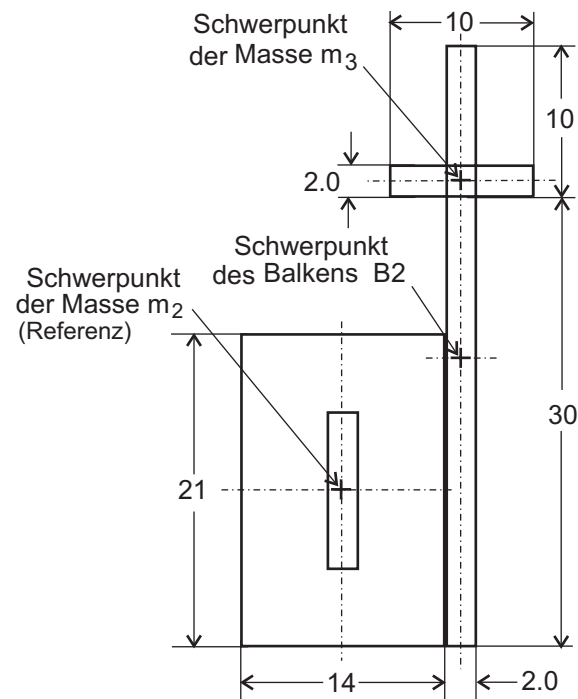


Bild 5.3: Abmessung der Massen am freien Ende des Balkens

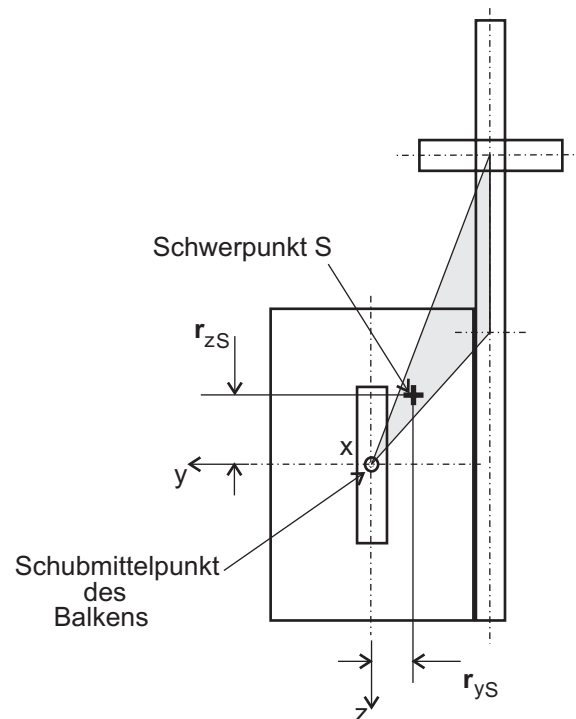


Bild 5.4: Lage des Schubmittelpunktes und des Schwerpunktes

5.3 Torsions-Biegeschwingungen

Nun wurde das Problem der reinen Biegeschwingung auf ein Problem einer kombinierten Torsions-Biegeschwingung übertragen. Diese Problematik tritt auch bei industriellen Robotern oder bei langen Schäften auf, die Sonnenkollektoren bewegen.

Die Hauptaufgabe für die Regelungstechnik ist die gleichzeitige Dämpfung beider Eigenschwingungen mittels einer Regelung. Diese Art von Regelung wird *aktiver Regler* genannt, da die Eigenfrequenzen des Systems in der Bandbreite der Regelung liegen.

5.3.1 Lösung des Torsions-Biegeschwingungsproblems von Matsuno

Das Problem der Torsions-Biegeschwingungen ist zur Zeit nur unzureichend untersucht. Einige wichtige Untersuchungen sind in [58, 42, 37] zu finden. Die Mehrheit der Berichte basieren auf theoretischen Untersuchungen von geregelten Modellen mittels der Kontinuumsmechanik, die fast nie einfache praktische Anwendungen haben.

Ein praktischer Einsatz für das Problem von Torsions-Biegeschwingungen wurde von Matsuno vorgestellt [42]. Hier handelt es sich um einen flexiblen Balken, der durch zwei Motoren geregelt ist (Bild 5.5). Der Motor $M1$ steuert den Balken auf der horizontalen Ebene und ist in der Lage, die Biegeschwingungen zu bedämpfen. Der zweite Motor $M2$ steuert den Balken auf der Achse seines Schubmittelpunktes und kann die Torsionsschwingungen unterdrücken.

Dieser Ansatz hilft nicht in der vorliegenden Untersuchung, da in dieser Arbeit nur ein Linearmotor verfügbar ist, deswegen wird das Problem hier aus einer anderen Perspektive betrachtet.

5.3.2 Messung der Torsionsschwingung

Die Messung der Torsion-Biegeschwingungen wird mittels zweier Beschleunigungssensoren durchgeführt, und damit wird auch die Torsionsschwingung bestätigt. Die Lage der Beschleunigungssensoren ist in Bild 5.6 dargestellt.

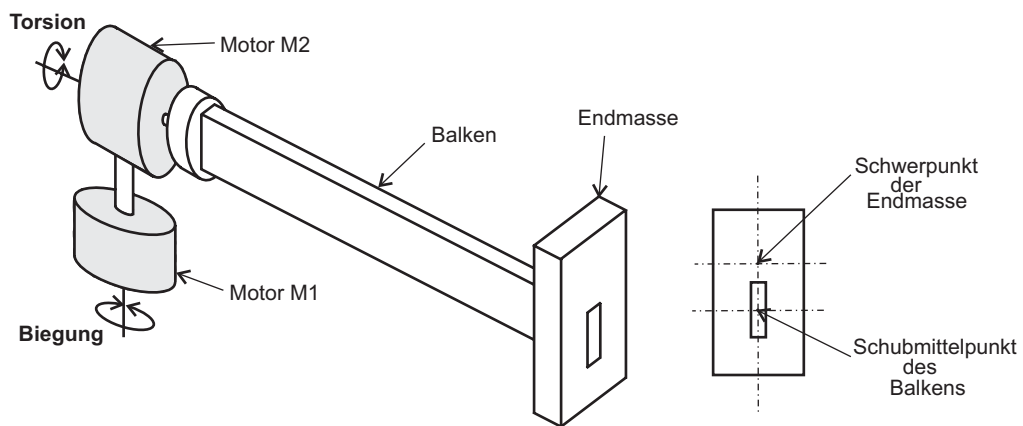


Bild 5.5: Matsuno-Lösung für Torsions-Biegeschwingungen

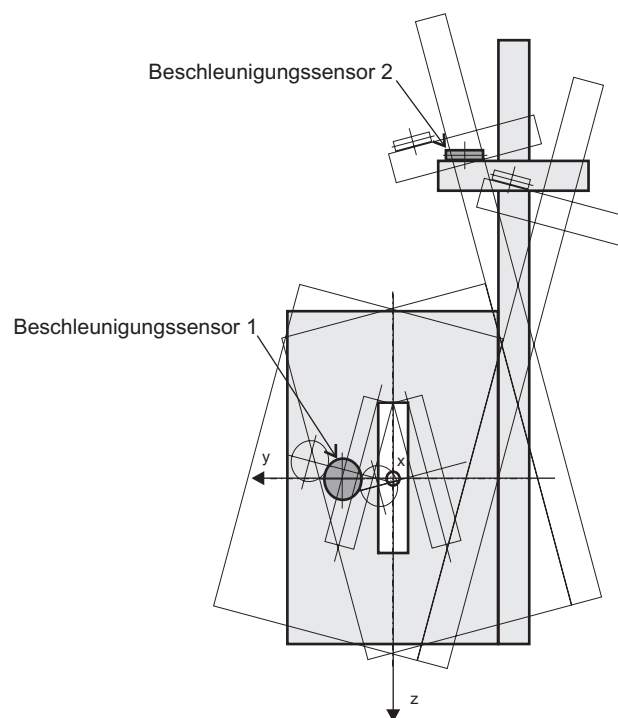


Bild 5.6: Lage der Beschleunigungssensoren

Bild 5.7 zeigt die Antwort beider Sensoren auf einen Stromsprung. Aus diesen Antworten werden die Torsions- und die Biegekomponente des Signals ermittelt. Zuerst wurde die erste Komponente aus den Signalen mit Hilfe eines Tiefpassfilters ermittelt. Bild 5.8 zeigt, dass die beiden Signale eine erste Komponente bei ungefähr 16 Hz haben, die bei beiden Beschleunigungssensoren in Phase ist. Daraus ist zu schließen, dass es sich um eine reine Biegeschwingung des Balkens B1 handelt. Bild 5.9 zeigt die zweite Komponente, die anhand eines Hochpassfilters ermittelt wurde. Hier ist die Phase zwischen den Signalen um 180° verschoben. Das beweist, dass zwischen den beiden Beschleunigungssensoren ein Drehpunkt liegt. In diesem Fall handelt es sich um eine Torsionsschwingung. Die Frequenz dieser Torsionsschwingung liegt bei ungefähr 47 Hz. Damit steht fest, dass die Signale aus zwei Eigenfrequenzen bestehen. Der Frequenzgang der Sprungantwort ist in Bild 5.10 gezeigt. In diesem Bild sind die beiden ausgeprägten Eigenfrequenzen bei etwa 16 Hz und 47 Hz gut zu erkennen.

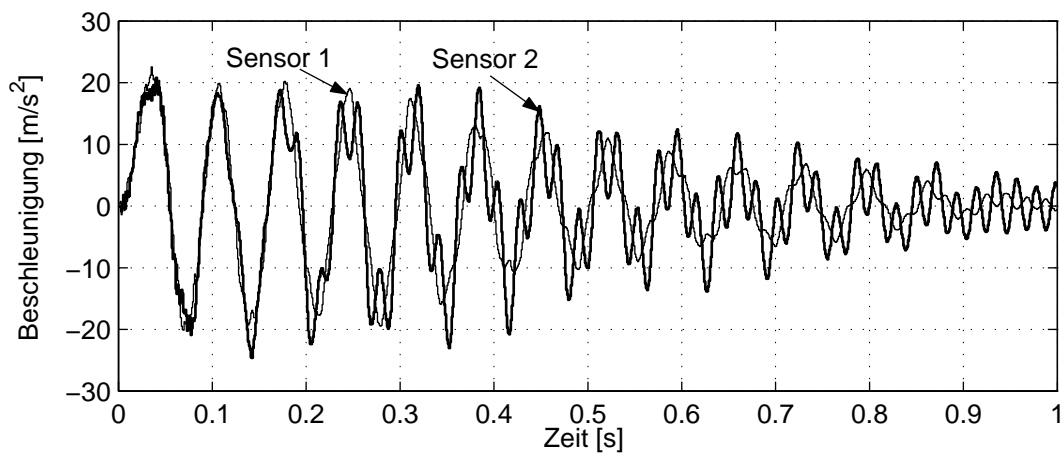


Bild 5.7: Antwort der Beschleunigungssensoren auf einen Stromsprung

5.4 Lösung durch eine Pseudobiegeschwingung

Theoretische Untersuchungen von Sakawa haben demonstriert [58], dass eine gleichzeitige Ausregelung von Torsions-Biegeschwingungen durch einen aktiven Regler eines einzigen Motors $M1$ (Bild 5.5) möglich ist. Die dort entwickelte Regelung ist sehr kompliziert und wie schon erwähnt, handelt es sich um reine Simulationen.

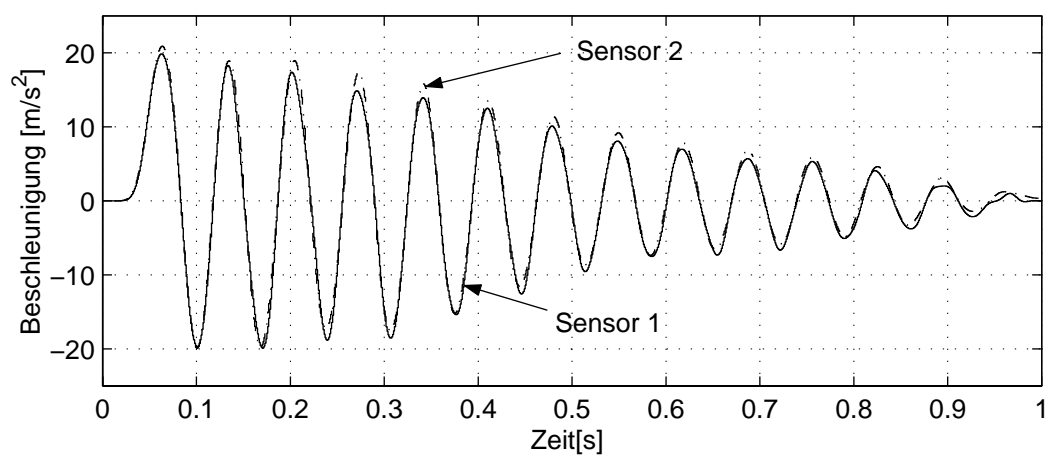


Bild 5.8: Biegekomponente der Signale

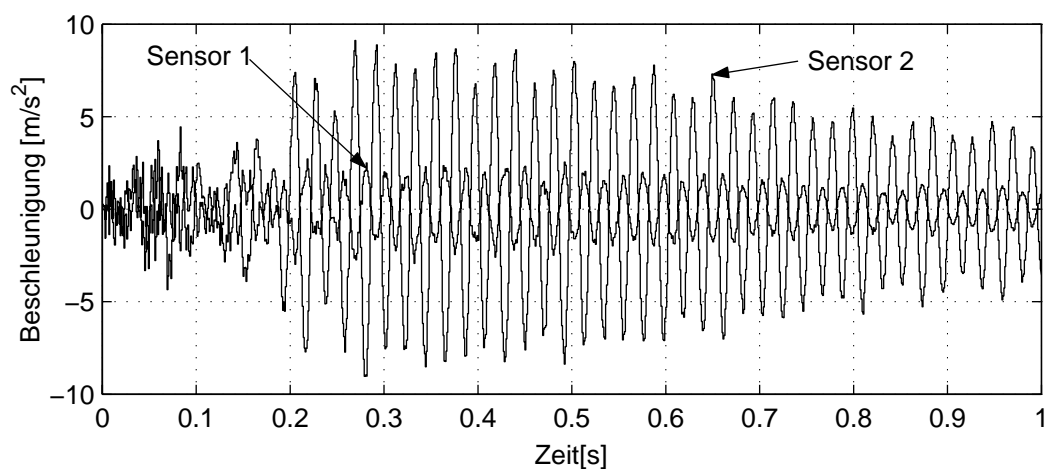


Bild 5.9: Torsionskomponente der Signale

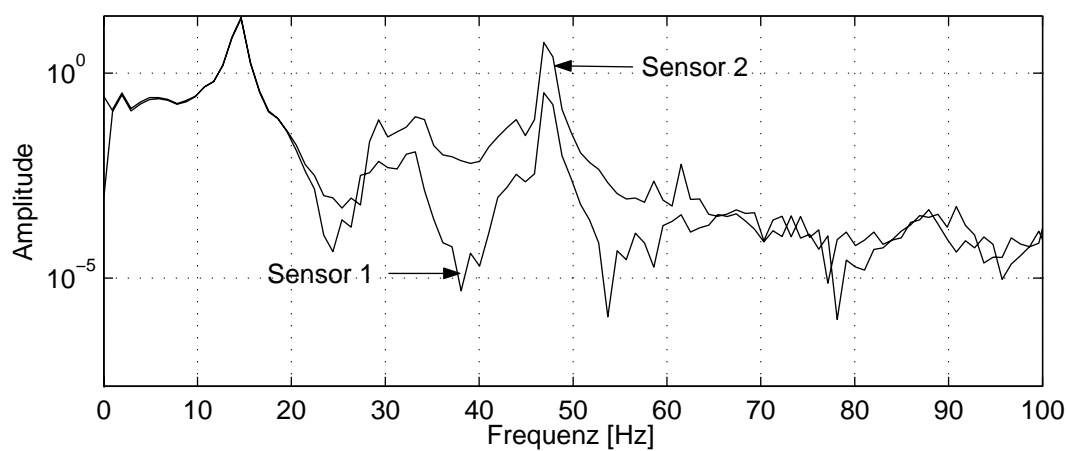


Bild 5.10: Frequenzgang der Sprungantwort

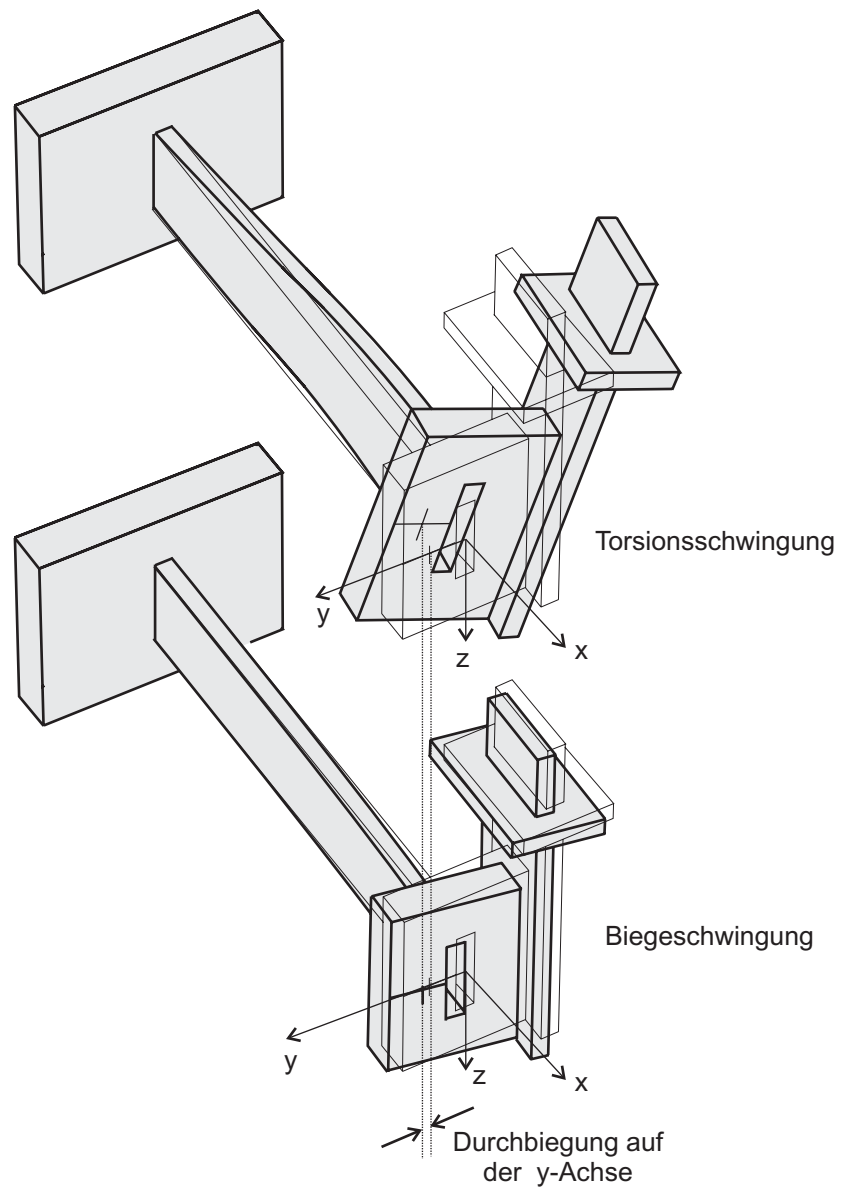


Bild 5.11: Torsionsschwingung als angenommene Biegeschwingung

Hier wird ein anderer Weg beschritten. Die Grundidee ist in Bild 5.11 dargestellt. Hier wird angenommen, dass die Verschiebung an der Masse m_2 aufgrund der Torsionsschwingung von einer reinen Biegeschwingung hervorgerufen wurde. Diese Methode wurde in dieser Arbeit „Pseudobiegeschwingung“ genannt. Der Erfolg dieser Methode liegt darin, dass der Beschleunigungssensor 1 (Bild 5.6) nicht zwischen Torsion und Biegung unterscheidet. Am Ende wird er nur die Summe von beiden Bewegungsarten messen.

Wichtigen Einfluss auf die Regelung haben die Lage und die Anzahl der Sensoren. Für diesen Punkt wird die Schwingungsform der Torsionsschwingung diskutiert. Wie in Kapitel 5.3.2 diskutiert wurde, sind beide Sensoren in der Lage, beide Eigenformen zu messen. Eine signifikant erregte Eigenfrequenz des Balkens B2, die der Beschleunigungssensor 1 nicht messen kann, wird nicht erwartet aufgrund der hohen Steifigkeit des Balkens B2. Deshalb wurde für die Messung und Regelung nur der Beschleunigungssensor 1 gewählt.

5.5 Elastisches Modell

Für die Erzeugung eines mathematischen Regelstreckenmodells werden Grundideen aus dem Bereich der experimentellen Modalanalyse verwendet. Bild 5.12 zeigt eine Schwingerkette für die Modellierung der zwei erregten Eigenfrequenzen. Im Kapitel 4 wurden einige Elemente schon vorgestellt (m_1, m_2, b_1, k_1). Außerdem sind die Massen der zusätzlichen Elemente Masse $m_3 = 2$ kg und Balken $B2 = 2$ kg bekannt. Die beiden noch zu identifizierenden Elemente sind die Steifigkeit k_2 und die Dämpfung b_2 für die Pseudobiegeschwingung.

Für die Identifikation dieser beiden Elemente wird hier eine Methode verwendet, mit der ein passender Frequenzgang des Modells gesucht wird. Diese Anpassung im Frequenzbereich ist anwendbar, wenn die Dämpfung der Struktur klein ist oder eine schwierige und ungenaue Messung bei den Resonanzfrequenzen vorliegt.

Für die Anpassung des Frequenzgangs wurden nur die Steifigkeit k_2 und die Dämpfung b_2 des Modells variiert, bis der Frequenzgang des elastischen Modells eine ähnliche Antwort wie der Frequenzgang des realen Systems erzeugt hat. Als Anregung wurde ein Stromimpuls (i_{sqSoll}) gewählt. Bild 5.13 zeigt den Frequenzgang für das erweiterte dynamische Modell. Deutlich ist hier zu sehen, wie die Eigenfrequenzen bei ungefähr 14 Hz und 47 Hz entstehen.

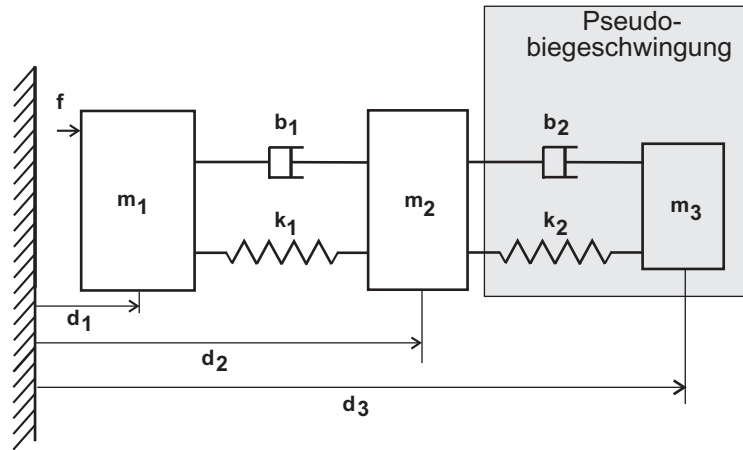


Bild 5.12: Diagramm des Drei-Massen-Modells

Die ermittelte Werte sind:

$$m_1 = 11.5 \text{ kg},$$

$$m_2 = 12.5 \text{ kg},$$

$$m_3 = 2 \text{ kg},$$

$$k_1 = 58000 \text{ N/m},$$

$$k_2 = 180000 \text{ N/m},$$

$$b_1 = 150 \text{ Ns/m und}$$

$$b_2 = 25 \text{ Ns/m}.$$

Einige Werte wurden leicht modifiziert, um eine bessere Anpassung an den realen Frequenzgang der Anordnung zu erhalten. Die Masse des Balkens $B2 = 2 \text{ kg}$ wurde zur Masse m_2 hinzugefügt.

Die Differentialgleichungen der Schwingerkette in Bild 5.12 mit drei Massen, zwei Dämpferkonstanten und zwei Federkonstanten lauten:

$$\begin{aligned} f &= m_1 \ddot{d}_1 + (\dot{d}_1 - \dot{d}_2)b_1 + (d_1 - d_2)k_1, \\ 0 &= m_2 \ddot{d}_2 + (\dot{d}_2 - \dot{d}_1)b_1 + (d_2 - d_1)k_1 - (\dot{d}_3 - \dot{d}_2)b_2 - (d_3 - d_2)k_2, \quad (5.4) \\ 0 &= m_3 \ddot{d}_3 + (\dot{d}_3 - \dot{d}_2)b_2 + (d_3 - d_2)k_2. \end{aligned}$$

Ein Blockschaltbild dieser Differentialgleichungen ist in Bild 5.14 dargestellt.

Anhand dieser Differentialgleichungen ist es nun möglich, eine Zustandsdarstellung des Modells anzugeben. Die Matrizen der Zustandsdifferentialgleichungen

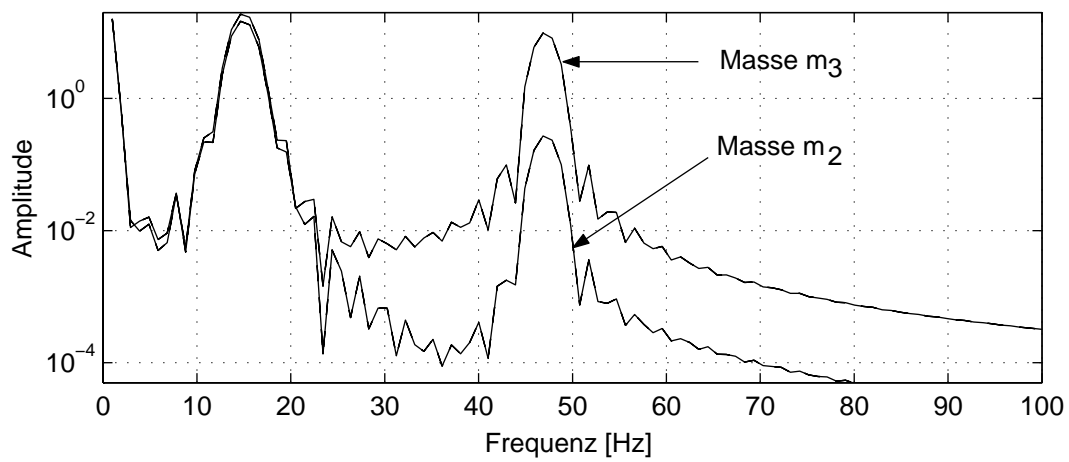


Bild 5.13: Frequenzgang des Drei-Massen-Modells

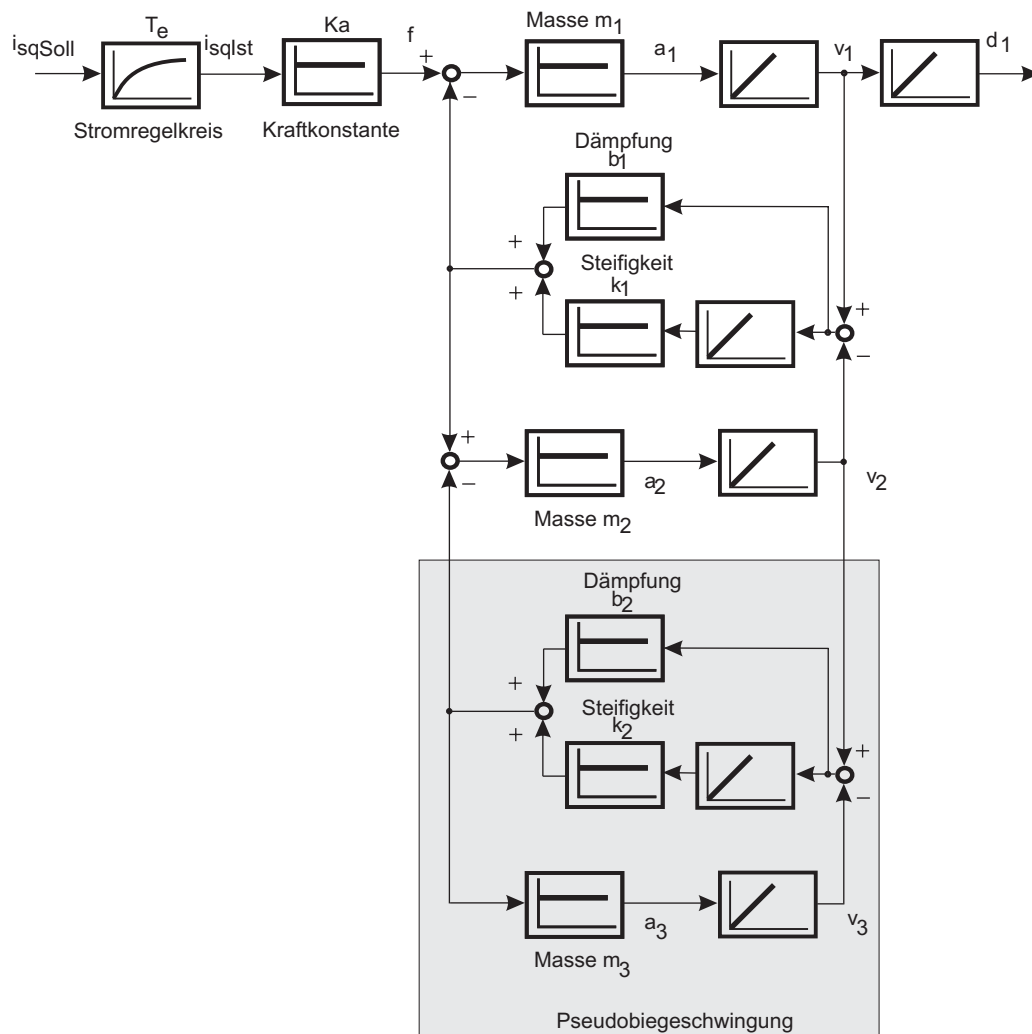


Bild 5.14: Regelstrecke für die Torsions-Biegeschwingungen

chung lauten:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (5.5)$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{b_1}{m_1} & \frac{K_a}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{b_1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{b_1}{m_2} & 0 & -\frac{k_1+k_2}{m_2} & -\frac{b_1+b_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{b_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_2}{m_3} & \frac{b_2}{m_3} & -\frac{k_2}{m_3} & -\frac{b_2}{m_3} \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T_e} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}', \quad (5.7)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad D = [0], \quad (5.8)$$

wobei $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7]'$ und $u = i_{sqSoll}$,
mit

- x_1 : Lage der Masse m_1 ,
- x_2 : Geschwindigkeit der Masse m_1 ,
- x_3 : Strom i_{sqIst} ,
- x_4 : Lage der Masse m_2 ,
- x_5 : Geschwindigkeit der Masse m_2 ,
- x_6 : Lage der Masse m_3 ,
- x_7 : Geschwindigkeit der Masse m_3 .

Um eine bessere Betrachtung der gesamten Strecke zu haben, wurde die Dynamik des Stromregelkreises wieder als ein PT_1 -Glied hinzugefügt

$$\frac{i_{sqIst}(s)}{i_{sqSoll}(s)} = \frac{1}{T_e s + 1}, \quad (5.9)$$

wobei

$$\frac{f(s)}{i_{sqIst}(s)} = K_a \quad (5.10)$$

die Kraftkonstante des Linearmotors ist.

5.5.1 Bedeutung der Masse m_3 beim Modell der Pseudobiegeschwingung

Obwohl die Masse m_3 und der Balken $B2$ in der Realität eine Torsionsschwingung ausführen, werden sie nur als Elemente betrachtet, die eine zusätzliche Biegeschwingung an der Position der Endmasse m_2 hervorrufen.

Aufgrund dieser Betrachtungsweise ist hier nur die Information des Beschleunigungssensors 1 auf der Masse m_2 verwendbar (Bild 5.6), da er beide Eigenfrequenzen wie der Beschleunigungssensor 2 erfassen kann.

In Bild 5.15 ist die Prinzipskizze des Modells der Pseudobiegeschwingung (Bild 5.14) angegeben. Es besteht aus zwei masselosen Koppellemente mit Steifigkeit und Dämpfung, mit jeweils einem starren Anfangs- und Endkörper. Diese Körper sind durch m_1 Masse des Linearmotors, Masse m_2 und der Masse m_3 repräsentiert. In dieser Anordnung sind die Werte der Steifigkeit k_2 und der Dämpfung d_2 nicht vom Balken B_2 sondern diese Werte wurden für die Modellierung der Pseudobiegeschwingung angepasst. Deswegen hier wird nicht von physikalische Werte wie beim Balken $B1$ sondern von parametrischen Werte für die Auslegung des Modells behandelt.

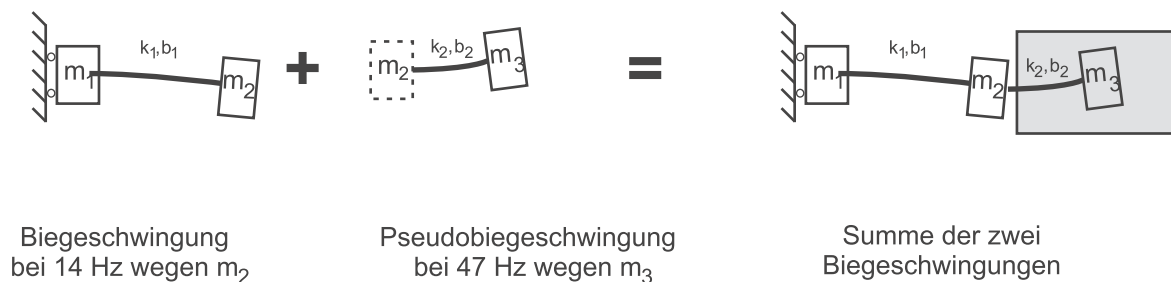


Bild 5.15: Prinzipskizze der Biegeschwingungen hervorgerufen durch die Massen m_2 und m_3

In dieser Arbeit sind die erregten Eigenfrequenzen genug getrennt, so dass eine Modellierung mit physikalischen und parametrischen Parametern und der Einsatz eines linearen quadratischen Reglers möglich sind. Dicht nebeneinanderstehende erregte Eigenfrequenzen treten häufig bei sehr flexiblen Strukturen auf. Wenn sich diese dicht erregten Eigenfrequenzen in einem vergleichs-

weise kleinen, bekannten Bereich verändern, bieten lineare robuste Regler eine Alternative zu der Schwingungsregelung.

5.6 Unvollständige optimale Zustandsregelung

Anhand des Drei-Massen-Modells ist es möglich, einen Zustandsregler zu entwerfen. Für die Ermittlung der Zustandsrückführungen wird, wie im Kapitel 4 eine optimale Polvorgabe durch den Matrix-Ricatti-Algorithmus verwendet (Bild 3.1). Die nötigen Matrizen Q_1 und Q_2 für die Verwendung des Algorithmus wurden wie im Kapitel 4 angenommen. Diese Matrizen lauten:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

$$Q_2 = [10^{-9}]. \quad (5.12)$$

Der Wert der Matrix Q_1 wurde wieder unter der Bedingung

$$x^T(k)Q_1x(k) = y^2(k) \quad (5.13)$$

bewertet. Hierbei wurden wieder die Zustandsgrößen x_1 und x_4 gewichtet.

Bild 5.16 zeigt einen Verlauf der Zustandsrückführungen und in der Tabelle 5.1 sind die Werte aus dem stationären Bereich zu sehen. Die Zustandsgrößen x_6 und x_7 werden nicht zurückgeführt. Die Zustandsrückführungen K_6 und K_7 werden zu null gesetzt. Ein Zustandsregler, der nicht die gesamte Anzahl der Zustandsgrößen zurückführt, wird unvollständiger Zustandsregler genannt [28].

In der Tabelle 5.2 sind die Pole der Regelstrecke und des geschlossenen Regelkreises ohne Dämpfung mit dem unvollständigen Zustandsregler und mit dem vollständigen Zustandsregler gegenübergestellt. An diesen Werten ist zu erkennen, dass die Pole des geschlossenen Regelkreises beider Zustandsregler keinen großen Unterschied aufweisen.

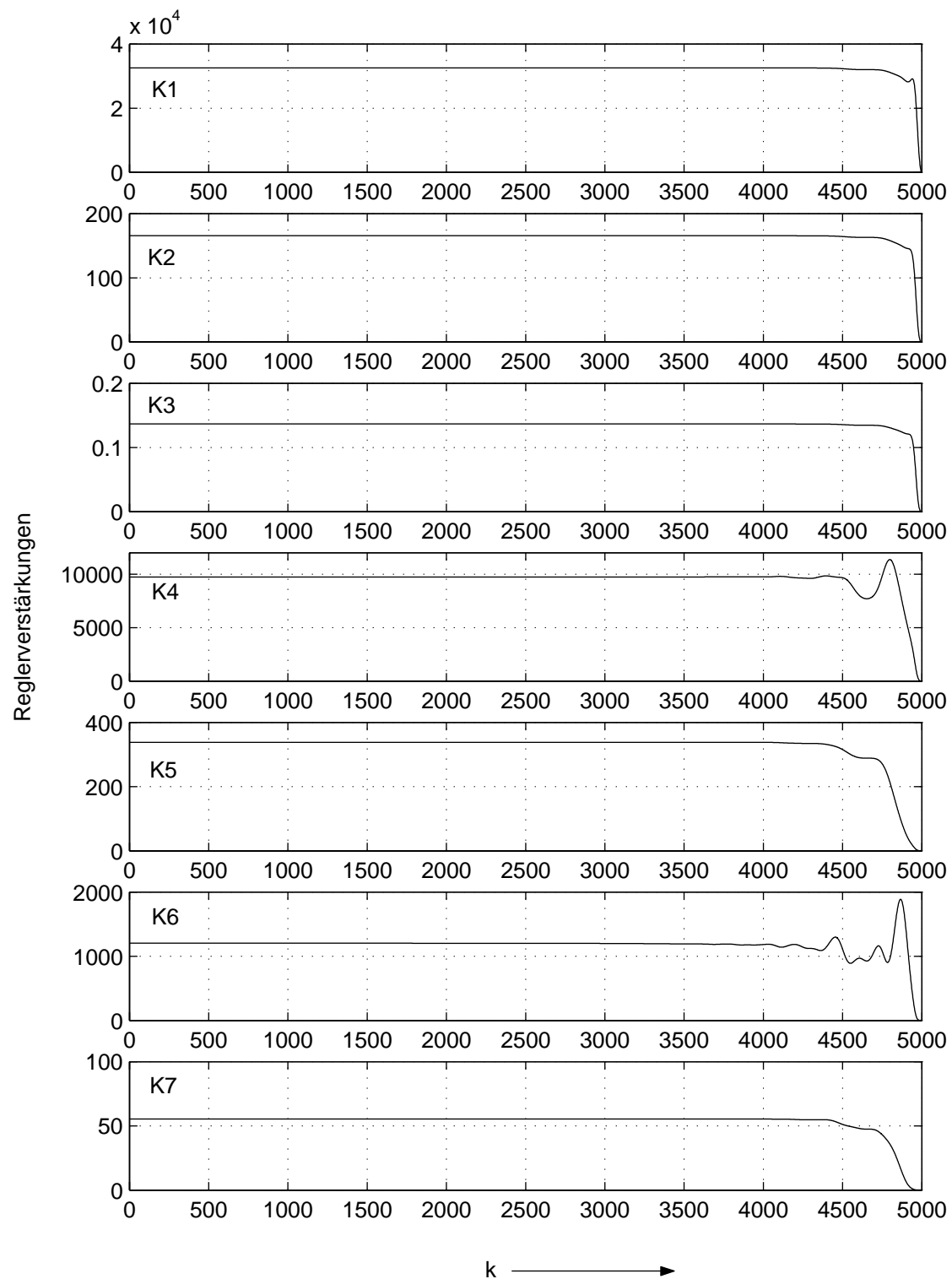


Bild 5.16: Zustandsrückführungen des Drei-Massen-Modells

Tabelle 5.1: Verstärkungen des Drei-Massen-Modells

Reglerverstärkungen		
Verstärkungen	Unvollständiger Zustandsregler	Vollständiger Zustandsregler
K1	32562	32562
K2	165	165
K3	0.136	0.136
K4	9724	9724
K5	338	338
K6	0	1202
K7	0	55

Tabelle 5.2: Eigenwerte des geregelten Drei-Massen-Modells

Pole		
Eigenwerte der Regelstrecke	Unvollständiger Zustandsregler	Vollständiger Zustandsregler
0	$-209.6 + j218.6$	$-205.3 + j218$
0	$-209.6 - j218.6$	$-205.3 - j218$
$0 \pm j94.709$	$-24.6 \pm j64.5$	$-28.5 \pm j69.3$
$0 \pm j296.164$	$-0.43 \pm j299.4$	$-0.87 \pm j296$
-3225.8	-3225.9	-3225.9

5.7 Simulation

Ein Blockschaltbild des unvollständigen Zustandsreglers ist in Bild 5.17 dargestellt. Aus der Beschleunigung der Masse m_2 werden die Zustandsgrößen x_4 und x_5 ermittelt. Bild 5.18 zeigt das Regelverhalten des unvollständigen Zustandsreglers bei einem Positioniervorgang mit $s_{soll} = 0.1$ m, $v = 1$ m/s, $a = 10$ m/s² und $r = 10000$ m/s³.

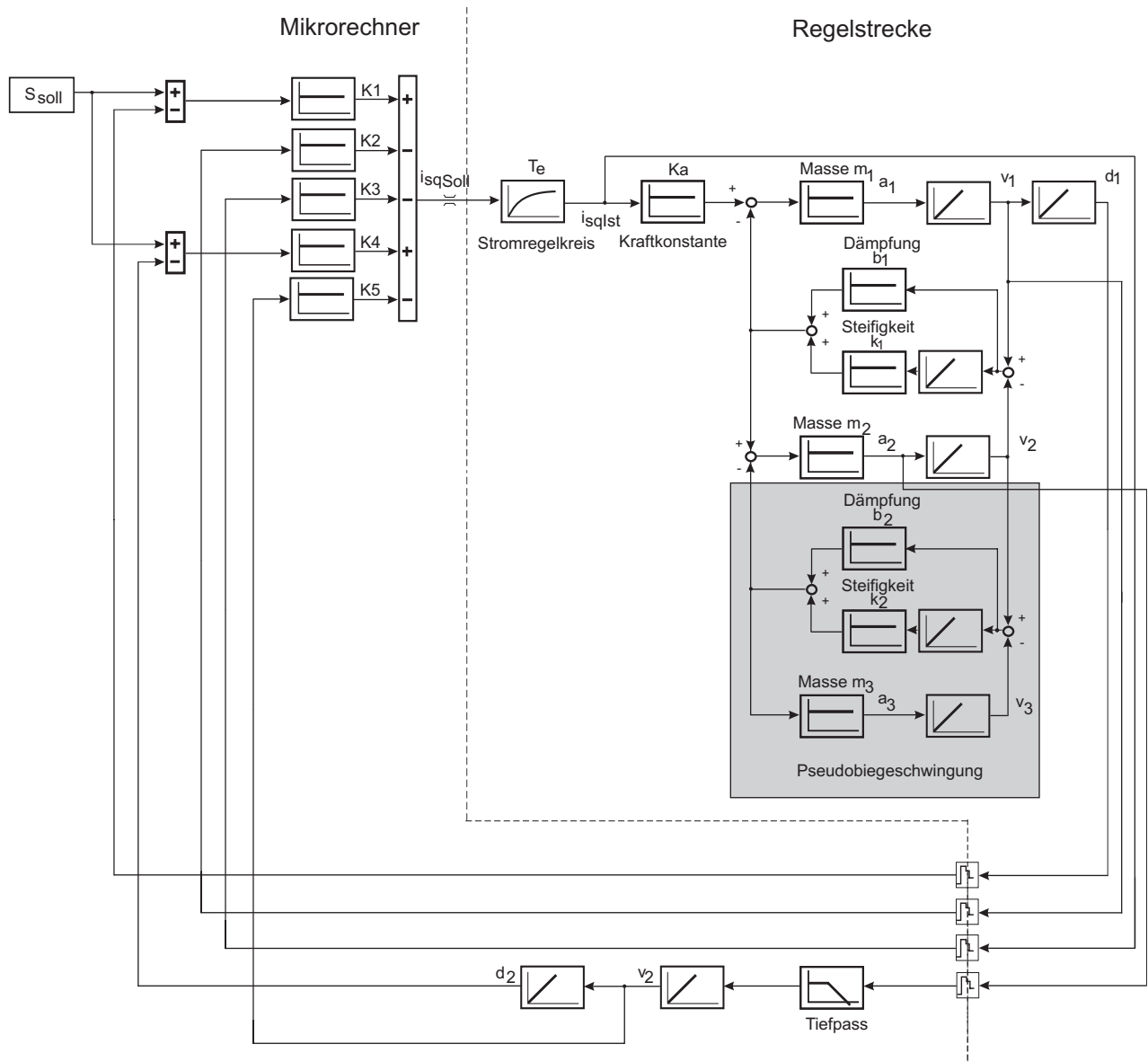


Bild 5.17: Positionsregelung

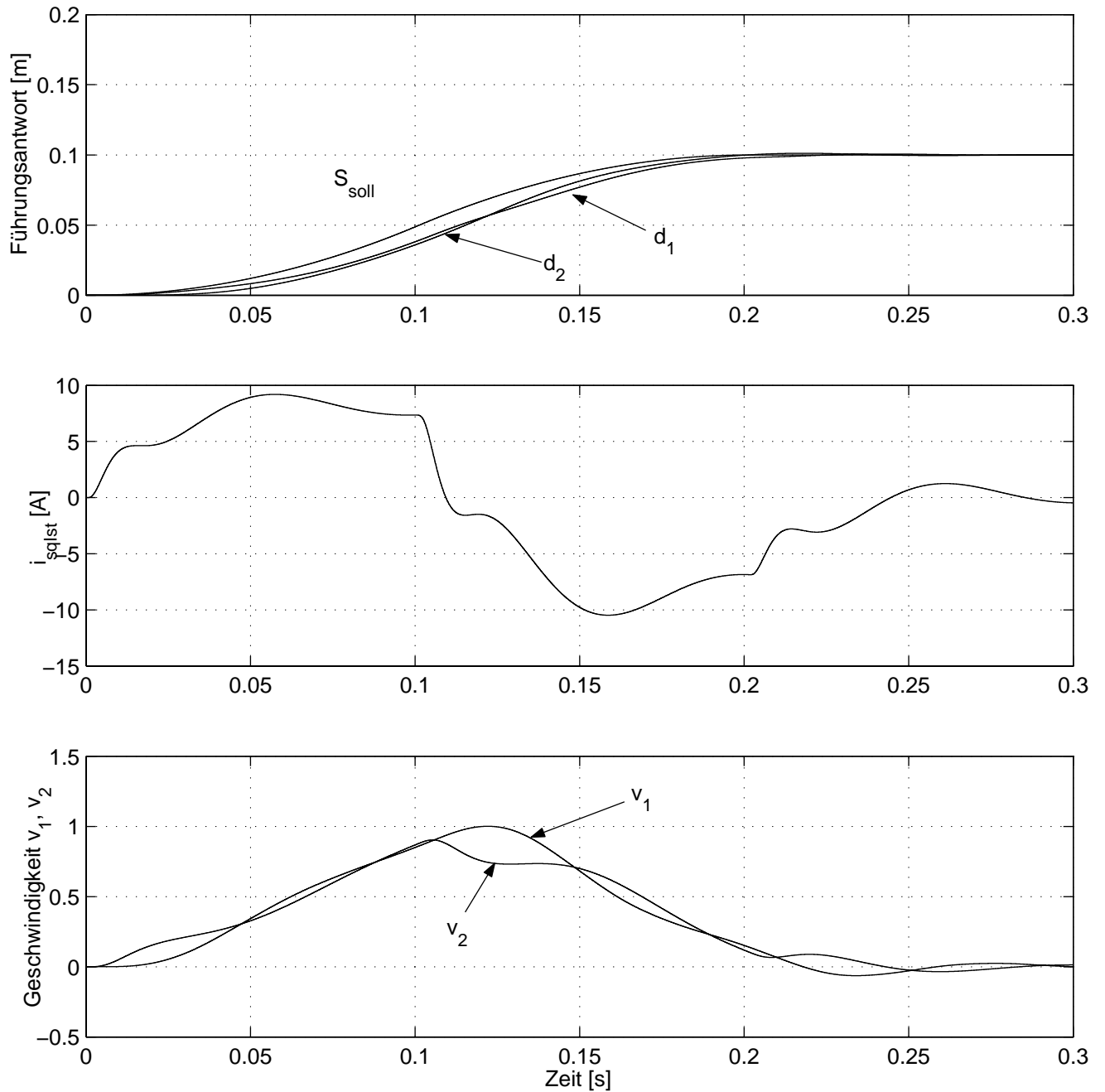


Bild 5.18: Führungsantwort des unvollständigen Zustandsreglers bei $s_{soll} = 0.1$ m, $v = 1$ m/s, $a = 10$ m/s² und $r = 10000$ m/s³

6 Reglerauslegung bei veränderlichem Ort der Endmasse

In Kapitel 4 und 5 wurde nur die Bewegung des gesamten Balkens mit der Endmasse entlang der y -Achse untersucht. In diesem Kapitel wird der Fall betrachtet, wenn die Endmasse auch entlang der x -Achse fährt.

Für diese Verfahrbewegung tritt ein neues Problem auf. Da sich der Abstand zwischen der Masse m_1 und der Endmasse verändert, werden die Steifigkeit und damit die erregten Eigenfrequenzen bei jeder Position der Endmasse neue Werte annehmen. Diese linear-variante Regelstrecke erfordert eine neue Form von Regelung, eine adaptive Regelung. Unter adaptiven Regelungen seien Regelungen verstanden, die ihr Verhalten den sich verändernden Eigenschaften der zu regelnden Prozesse und deren Signale anpassen. Wenn der Parameter bekannt ist, der die Modifikation verursacht, ist der Einsatz einer simplen Form einer adaptiven Regelung möglich. Diese Regelung wird gesteuerte Adaption¹ genannt.

6.1 Veränderung der Resonanzen wegen verschiedener Positionen der Endmasse

Wie im vorangegangenen Kapitel, in dem die Modifikation der Endmasse am freien Ende der Anordnung bedeutende Veränderungen in den fundamentalen Resonanzen des dynamischen Systems bewirkt hat, werden nun wegen einer Änderung der Position der Endmasse auf der x -Achse wieder Veränderungen dieser Eigenfrequenzen eintreten.

¹Gain Scheduling

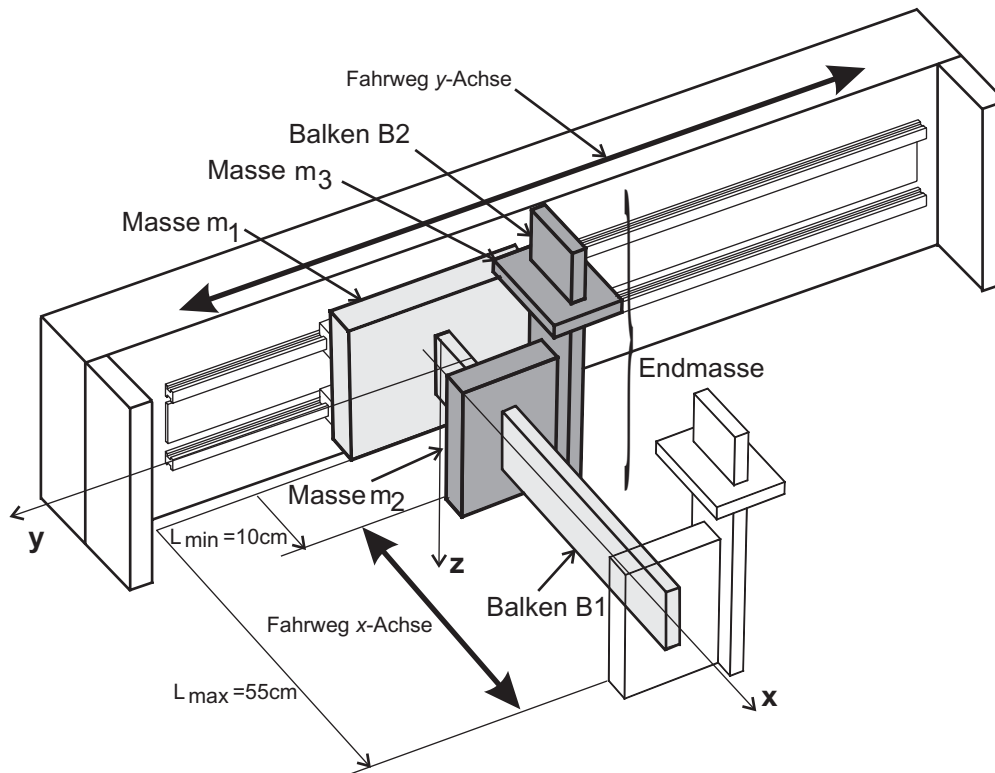


Bild 6.1: Veränderlicher Ort der Endmasse

In Bild 6.1 ist diese neue Anordnung dargestellt. Hier ist zu sehen, dass die Endmasse nicht nur entlang der y -Achse fährt, sondern auch auf der x -Achse. Diese neue Betrachtung wurde angenommen, um eine bessere Ähnlichkeit mit einer Bestückungsmaschine zu haben.

6.1.1 Veränderung der Steifigkeit

Bild 6.2 zeigt Frequenzgänge der Beschleunigung am freien Ende eines Balkens bei einer Zunahme der Steifigkeit. Bei Erhöhung der Steifigkeit werden die Resonanzen in Richtung höheren Frequenzen verschoben, die Antiresonanzen hingegen behalten ihre Lage. Das bedeutet theoretisch, dass die Antiresonanzen bei Zunahme der Steifigkeit die Resonanzen auslöschen können.

In dieser Arbeit hat die auf der x -Achse veränderliche Position der Endmasse direkten Einfluss auf die Steifigkeit des Systems. Je kürzer der Abstand zwischen der Masse m_1 und der Endmasse (Bild 6.1), desto größer ist die Steifigkeit zwischen diesen beiden Massen. Dieser Zusammenhang hat auch

Auswirkungen auf die übrigen Parameter des Modells der Regelstrecke. Damit wird eine Trennung der Untersuchungen nach den Effekten der Masse und der Steifigkeit bei der flexiblen Struktur unmöglich.

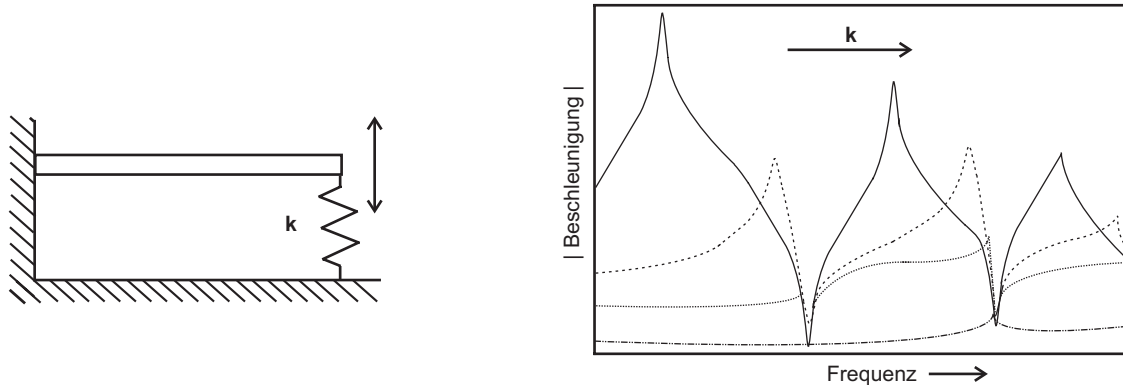


Bild 6.2: Variation der Steifigkeit

Bild 6.3 zeigt die Schwingerkette für das Drei-Massen-Modell für diese neue Situation. Hier sind die Steifigkeiten k_1 und k_2 und die Dämpfungen b_1 und b_2 abhängig von dem Parameter L , der Lage der Endmasse auf der x -Achse (Bild 6.1). Diese Lage hat einen entscheidenden Einfluss auf die Synthese (den Entwurf) der Regelung.

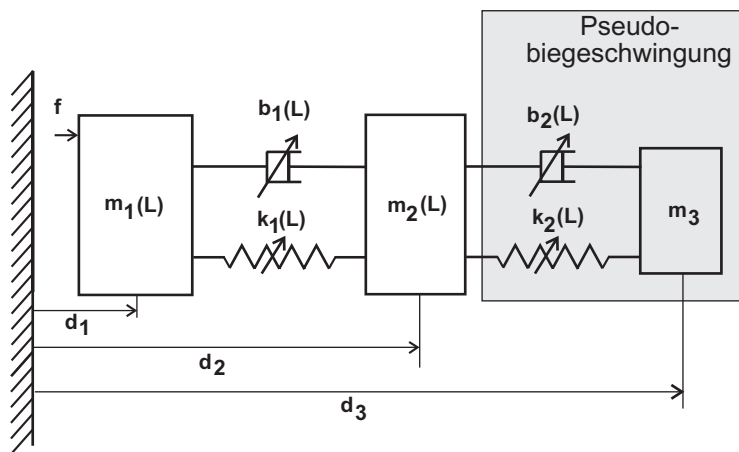


Bild 6.3: Drei-Massen-Modell für das veränderliche System

In Kapitel 4 und 5 wurde die Masse des Balkens $B1$ fest auf die Massen m_1 und m_2 verteilt. Um nun das dynamische System genauer zu betrachten, wird die Masse des Balkens $B1$ abhängig von dem Parameter L auf die Massen m_1 und m_2 verteilt. Beide Massen hängen also von Parameter L ab: $m_1(L), m_2(L)$.

Die Verteilung wird nach Gleichung (6.1) durchgeführt. Es gilt

$$\begin{aligned}
 v_L &= \frac{L}{L_{max}}, \\
 m_1(L) &= m_{1O} + \frac{m_{B1}}{2}v_L, \\
 m_2(L) &= m_{2O} + \frac{m_{B1}}{2}(2 - v_L) + m_{B2}, \\
 m_3 &= 2 \text{ Kg}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

wobei

- L : Fahrweg der Endmasse von $L_{min} = 10 \text{ cm}$ bis $L_{max} = 55 \text{ cm}$,
- m_{B1} : Masse des Balkens B1,
- m_{B2} : Masse des Balkens B2,
- $m_{1O} = 9.5 \text{ Kg}$, originale Masse für m_1 ,
- $m_{2O} = 8.5 \text{ Kg}$, originale Masse für m_2 .

6.2 Modell der Regelstrecke

Eine quantitative Ermittlung der Elemente einer flexiblen Struktur kann grundsätzlich auf zwei Wegen erfolgen [59]. Der erste Weg ist die Verwendung des Kraft-Weg-Gesetzes unter statischer Belastung, wie er im Abschnitt 4.2.2 beschriftet wurde. Damit kann man relativ genaue Aussagen über Federsteifigkeiten sowie über die innere Dämpfung machen.

Der zweite Weg besteht aus der Anpassung des Frequenzgangs eines Modells der flexiblen Struktur auf den Frequenzgang der realen Anordnung. Angesichts der Schwierigkeiten, ein linearisiertes Modell höherer Ordnung mit physikalisch interpretierbaren Parametern anhand der ersten Methode anzuwenden, wird der Vergleich der Frequenzgänge von Modell und realer Strecke, wie im Abschnitt 5.5, durchgeführt.

Bild 6.4 zeigt ein Blockschaltbild der Regelstrecke. Die Zustandsdifferentialgleichungen dieser Regelstrecke lauten

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \hat{A}x + \hat{B}u, \\
 y &= \hat{C}x + \hat{D}u.
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

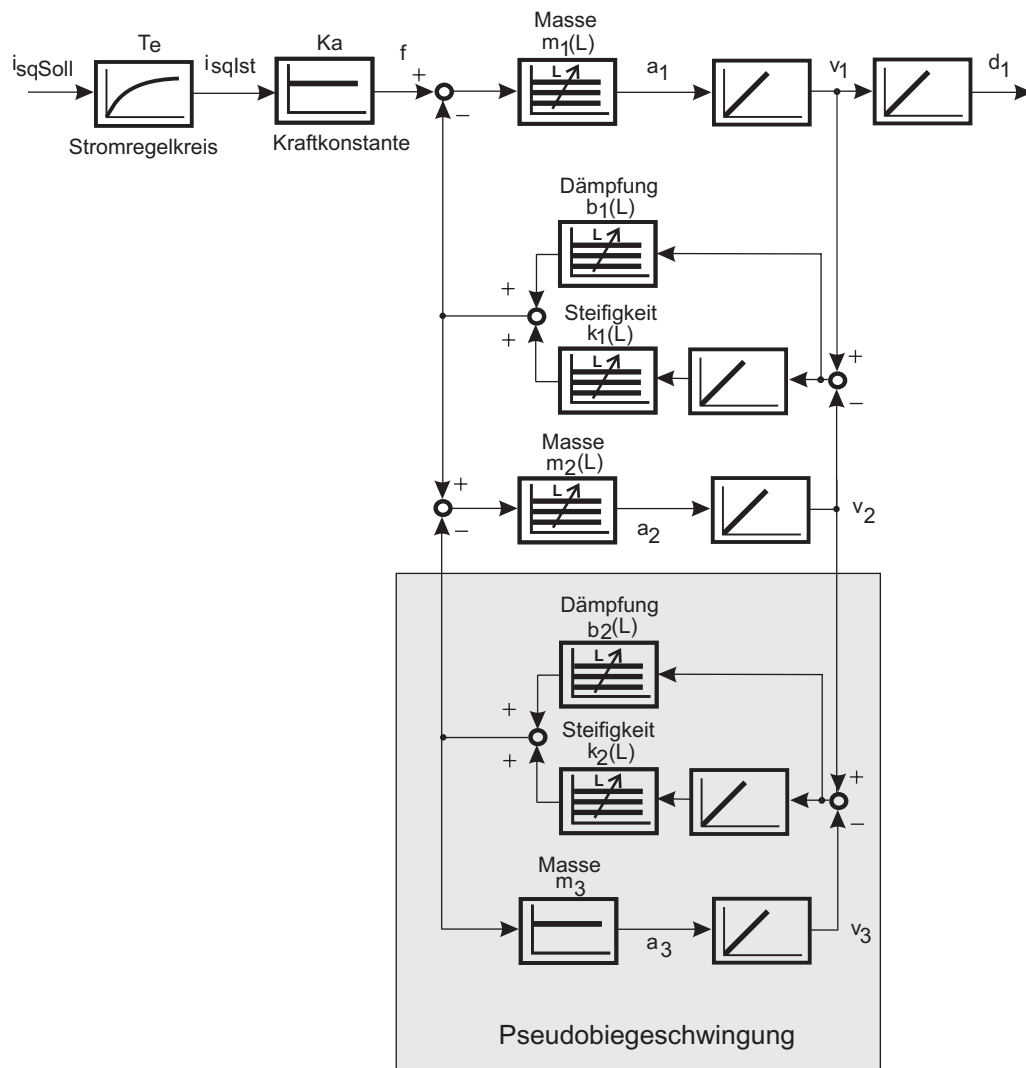


Bild 6.4: Regelstrecke für die Anordnung

mit

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{b_1}{m_1} & \frac{K_a}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{b_1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_e} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{b_1}{m_2} & 0 & -\frac{k_1+k_2}{m_2} & -\frac{b_1+b_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{b_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_2}{m_3} & \frac{b_2}{m_3} & -\frac{k_2}{m_3} & -\frac{b_2}{m_3} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$\hat{B} = [0 \ 0 \ \frac{1}{T_e} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]' \quad (6.4)$$

$$\hat{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (6.5)$$

$$\hat{D} = [0] \quad (6.6)$$

wobei $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7]$, $u = i_{sqSoll}$

x_1 : Lage der Masse $m_1(L)$,

x_2 : Geschwindigkeit der Masse $m_1(L)$,

x_3 : Strom i_{sqIst} ,

x_4 : Lage der Masse $m_2(L)$,

x_5 : Geschwindigkeit der Masse $m_2(L)$,

x_6 : Lage der Masse m_3 ,

x_7 : Geschwindigkeit der Masse m_3 .

Zur Identifikation der Regelstrecke bei verschiedenen Positionen der Endmasse werden zunächst die Frequenzgänge an bestimmten Positionen auf der x -Achse ermittelt. Diese Positionen der Endmasse sind in Bild 6.5 dargestellt.

Als Beispiel für die Ermittlung der Elemente der Regelstrecke wird das Vorgehen für die Position der Endmasse bei $L = 45$ cm gezeigt. Zuerst werden die Steifigkeiten des Modells (6.2) gesucht, da sie einen direkten Einfluss auf die Lage der Resonanzen haben. Danach sind die Werte der Dämpfungen festzulegen, da sie nur direkten Einfluss auf den Betrag des Frequenzgangs im Bereich der Resonanzen haben [41]. Bild 6.6 zeigt die Frequenzgänge von Modell und realer Anordnung bei $L = 45$ cm im Vergleich.

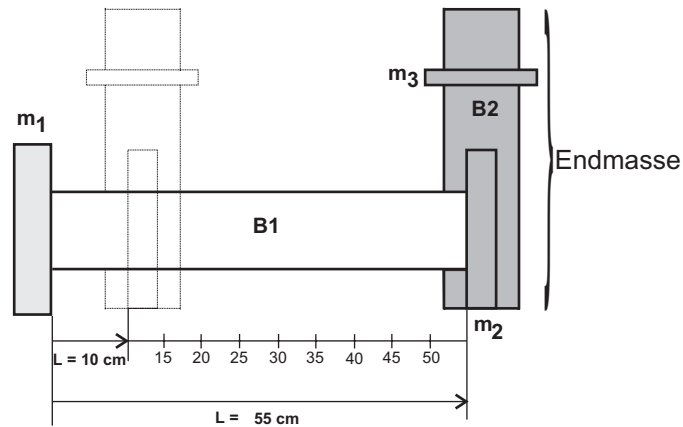


Bild 6.5: Lage der Endmasse

Die gefundenen Werte für die Steifigkeit und die Dämpfungen in diesem Fall sind:

$$\begin{aligned}
 L &= 45 \text{ cm}, \\
 k_1 &= 76 \text{ kN/m}, \\
 k_2 &= 77 \text{ kN/m}, \\
 b_1 &= 75 \text{ Ns/m}, \\
 b_2 &= 24 \text{ Ns/m}.
 \end{aligned}$$

Dieses Verfahren wurde für jeden Frequenzgang der realen Anordnung bei

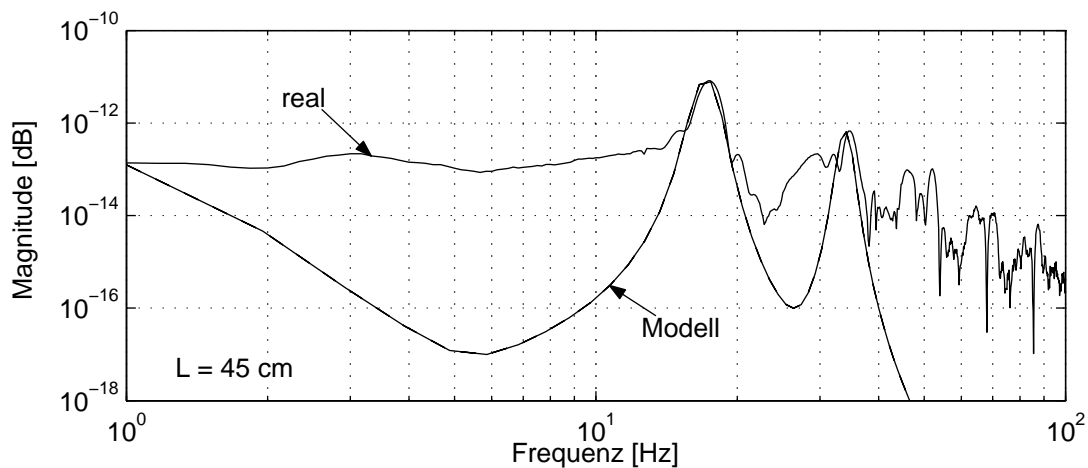


Bild 6.6: Frequenzgänge der realen Anordnung und des Modells

verschiedenen Positionen der Endmasse auf der x -Achse durchgeführt. Bild 6.7 zeigt die verschiedenen Frequenzgänge.

In Bild 6.8 werden die Steifigkeiten k_1 und k_2 bei den verschiedenen Positio-

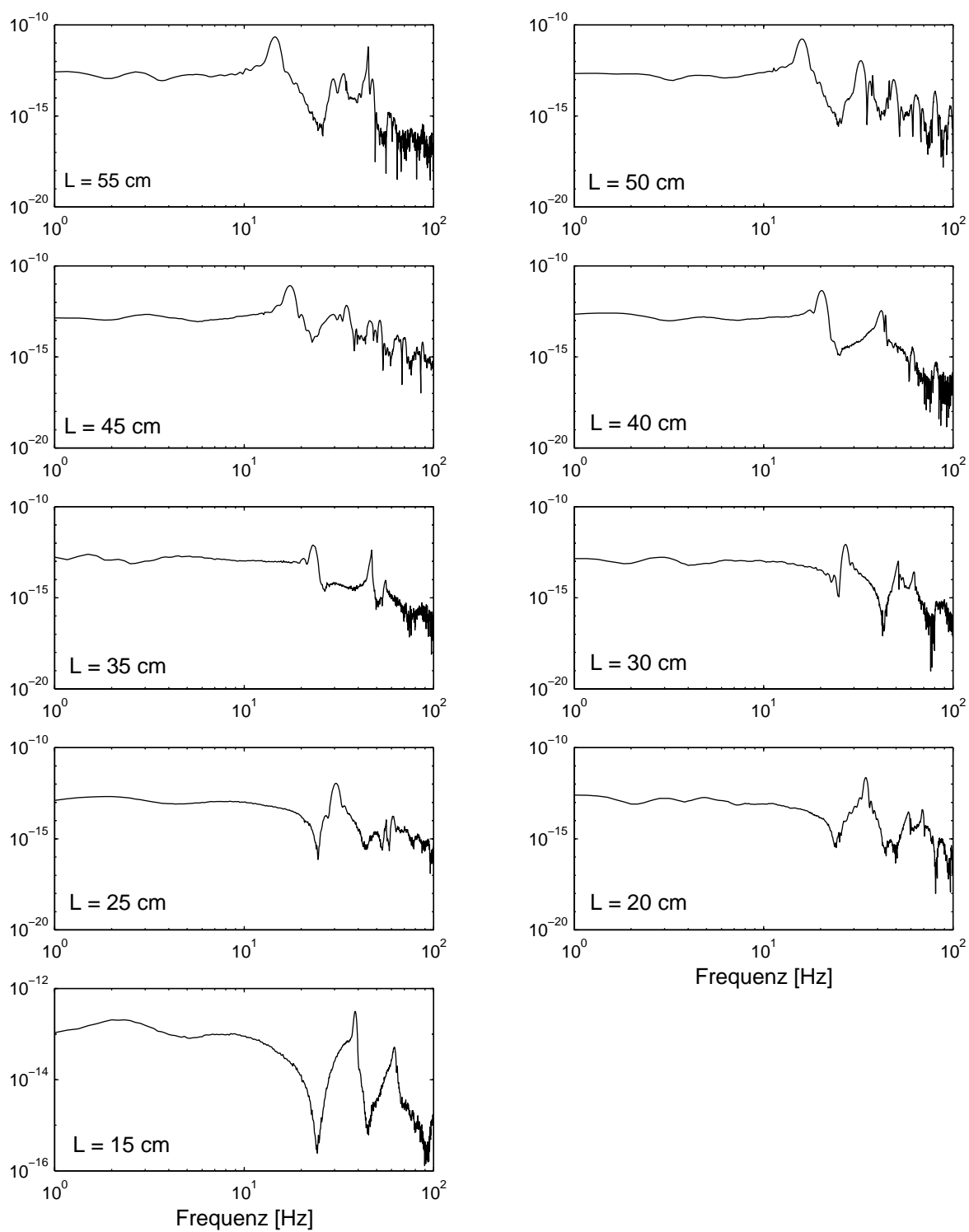


Bild 6.7: Frequenzgänge bei verschiedener Lage der Endmasse

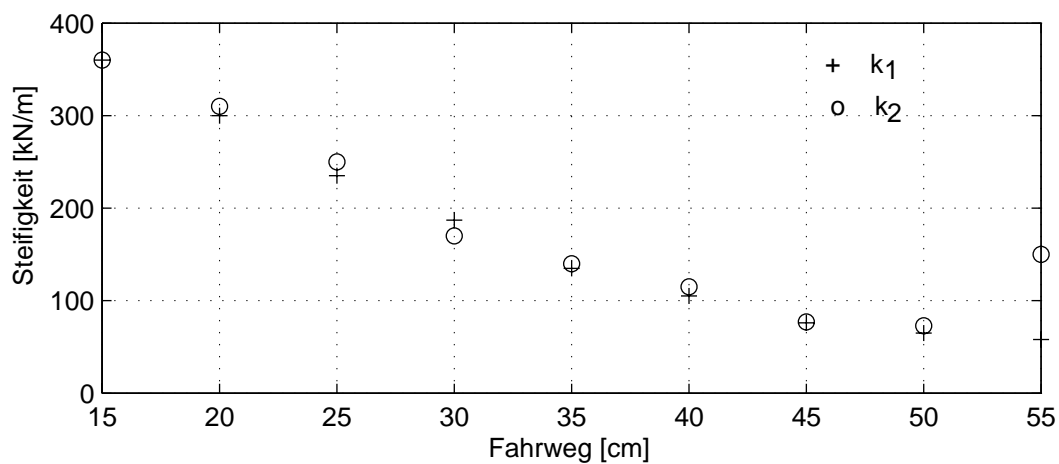


Bild 6.8: Gefundene Steifigkeiten bei verschiedener Lage der Endmasse

nen der Endmasse gezeigt. Wie schon erwartet, wächst die Steifigkeit, je enger der Abstand zwischen den beiden Massen wird, bis die Steifigkeit theoretisch unendlich groß wird. In diesen Versuch wurde wegen physikalischer Hindernisse als kleinster Abstand 10 cm zwischen der Masse m_1 und der Endmasse verwendet.

Die Resonanzfrequenzen bei den verschiedenen Lagen der Endmasse sind in Tabelle 6.1 angegeben.

Tabelle 6.1: Resonanzfrequenzen bei verschiedener Lage L der Endmasse

Erregte Eigenfrequenzen [Hz]									
L [cm]	55	50	45	40	35	30	25	20	15
Erste Eigenform	15	16	17.5	20.5	23	27	30.5	34.5	38
Zweite Eigenform	47	33	34	41.5	46	50.5	61	68	68

6.3 Regelung

Für die neun verschiedenen Modelle aus dem letzten Abschnitt werden nun die geeigneten Zustandsrückführungen bestimmt. Anhand des Matrix-Ricatti-Algorithmus wurden wieder die Zustandsrückführungen ermittelt. Die Matri-

zen Q_1 und Q_2 wurden wie in Gleichung (6.7) angenommen:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$Q_2 = [10^{-7}]$$

Tabelle 6.2 zeigt die Werte der Zustandsrückführungen für die neun Modelle bei verschiedenen Positionen. Diese Werte zeigen keine abrupte Veränderung zwischen benachbarten Positionen der Endmasse. Damit ist es möglich, die Werte der Zustandsrückführungen für eine bestimmte Position und auch für die benachbarten Positionen einzusetzen.

Bekannt ist, dass der Abstand L zwischen der Masse m_1 und der Endmasse die Ursache dieser verschiedenen Modelle ist. Naher wird die Variable L für die Adaption der Rückführungen verwendet.

Tabelle 6.2: Verstärkungen beim Drei-Massen-Modell

Lage der Endmasse	Verstärkungen der Rückführung						
L [cm]	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
15	2576	41.9	0.041	1673	39.2	185.9	5.2
20	2732	43.4	0.042	1529	38.4	172.8	5.2
25	2934	45.1	0.043	1352	37.7	147.0	5.2
30	3126	46.7	0.043	1189	37.4	117.4	5.3
35	3402	48.9	0.045	943	37.9	85.8	5.5
40	3613	50.7	0.045	754	39.0	63.0	5.8
45	3838	52.5	0.046	546	41.7	44.5	6.5
50	3951	53.7	0.047	445	43.4	33.3	6.9
55	4055	54.8	0.047	349	45.0	24.9	7.1

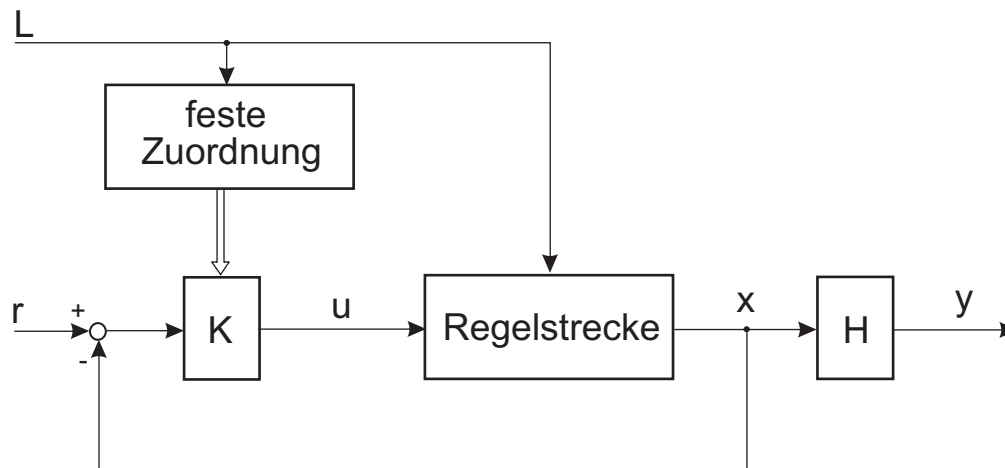


Bild 6.9: Gesteuerter adaptiver Regler

6.3.1 Gesteuerter adaptiver Regler

Die meisten Verfahren zum Entwurf von Regelsystemen setzen eine zeitinvariante Regelstrecke voraus. Wenn das Verhalten der Regelstrecke sich in unbekannter und nicht vorhersehbarer Weise ändert, ist nur eine geregelte Adaptation mit Identifizierung während des Betriebes möglich. Dies wäre zwar ein allgemein verwendbares Prinzip, doch bestehen erhebliche praktische Probleme, vor allem bei schnellen Veränderungen, da die Identifizierung der Regelstrecke, die Nachführung des Reglers und die Regelung selbst im gleichen Zeitmaßstab (in Echtzeit) ablaufen müssen [36].

Optimiert man den Regler am Nennpunkt, so kann die Regelung an manchen Arbeitspunkten zu langsam reagieren, an anderen dagegen schlecht gedämpft oder gar instabil sein. Wenn die sich verändernden Eigenschaften bei manchen Regelstrecken durch messbare äußere Signale erfasst werden können, die auf den zu regelnden Prozess einwirken und wenn bekannt ist, wie die Regelung in Abhängigkeit dieser Signale angepasst werden muss, wird von einem so genannten gesteuerten adaptiven Regler gesprochen. Dies ist z.B. bei Robotern der Fall, wo sich die statischen und dynamischen Eigenschaften, Trägheitsmomente und Federkonstanten, geometrieabhängig ändern [26, 65]. Das Verfahren lässt sich allerdings nur bei systematischen und reproduzierbaren Änderungen der Streckenparameter als Funktion messbarer Zustandsgrößen verwenden.

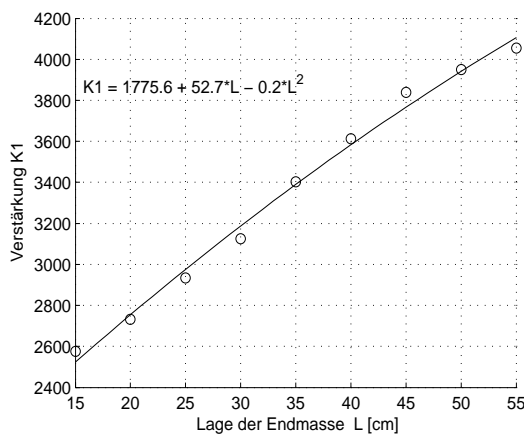
Ist das Verhalten eines Regelsystems für unterschiedliche Parameteränderung der Regelstrecke bekannt, dann ist es oft möglich, die erforderliche Anpassung

der Reglerparameter über eine zuvor berechnete feste Zuordnung vorzunehmen. Diese feste Zuordnung oder Vorprogrammierung wird manchmal als Gain Scheduling bezeichnet und ist in Bild 6.9 gezeichnet.

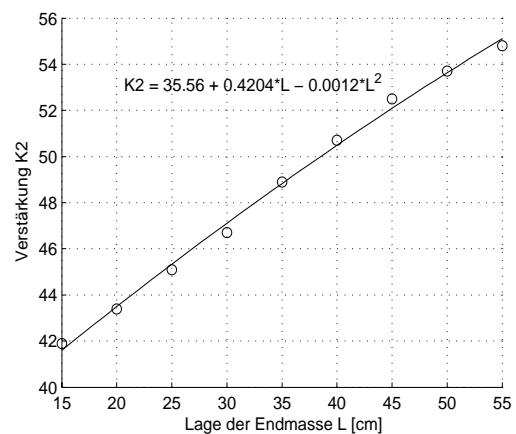
Anhand der Werte der Tabelle 6.2 wird in dieser Arbeit die Regelung bei verschiedenen Positionen der Endmasse durchgeführt. Die Gruppe von Zustandsrückführungen wird abhängig von dem Wert des Parameters L gewählt und wie im letzten Kapitel werden die Verstärkungen $K6$ und $K7$ nicht verwendet. Dies wird wieder als unvollständige Zustandsregelung bezeichnet.

6.3.2 Lineare Interpolation

Eine Alternative für eine bessere Anpassung der Verstärkungen des gesteuerten adaptiven Reglers stellt in diesem Fall eine lineare Interpolation der Verstärkungen bei verschiedenen Lagen der Endmasse entlang der x -Achse dar.



(a) Verstärkung K1



(b) Verstärkung K2

Bild 6.10: Interpolationspolynome für die Verstärkungen $K1$ und $K2$

Die einfache Form einer Interpolation ist anhand eines Interpolationspolynoms, welches aus einer linearen Regression gewonnen wird. Bild 6.10 zeigt zwei Interpolationspolynome, die den Verstärkungen $K1$ und $K2$ interpolieren. Ein wichtiger Faktor für die Anwendung der Interpolation ist, wie häufig die Auswertung des Polynoms durchgeführt wird. Die Interpolation in dieser Arbeit wurde wegen der Rechenzeiten der Multiplikationen und Summen für die Gewinnung der Verstärkungen nicht durchgeführt.

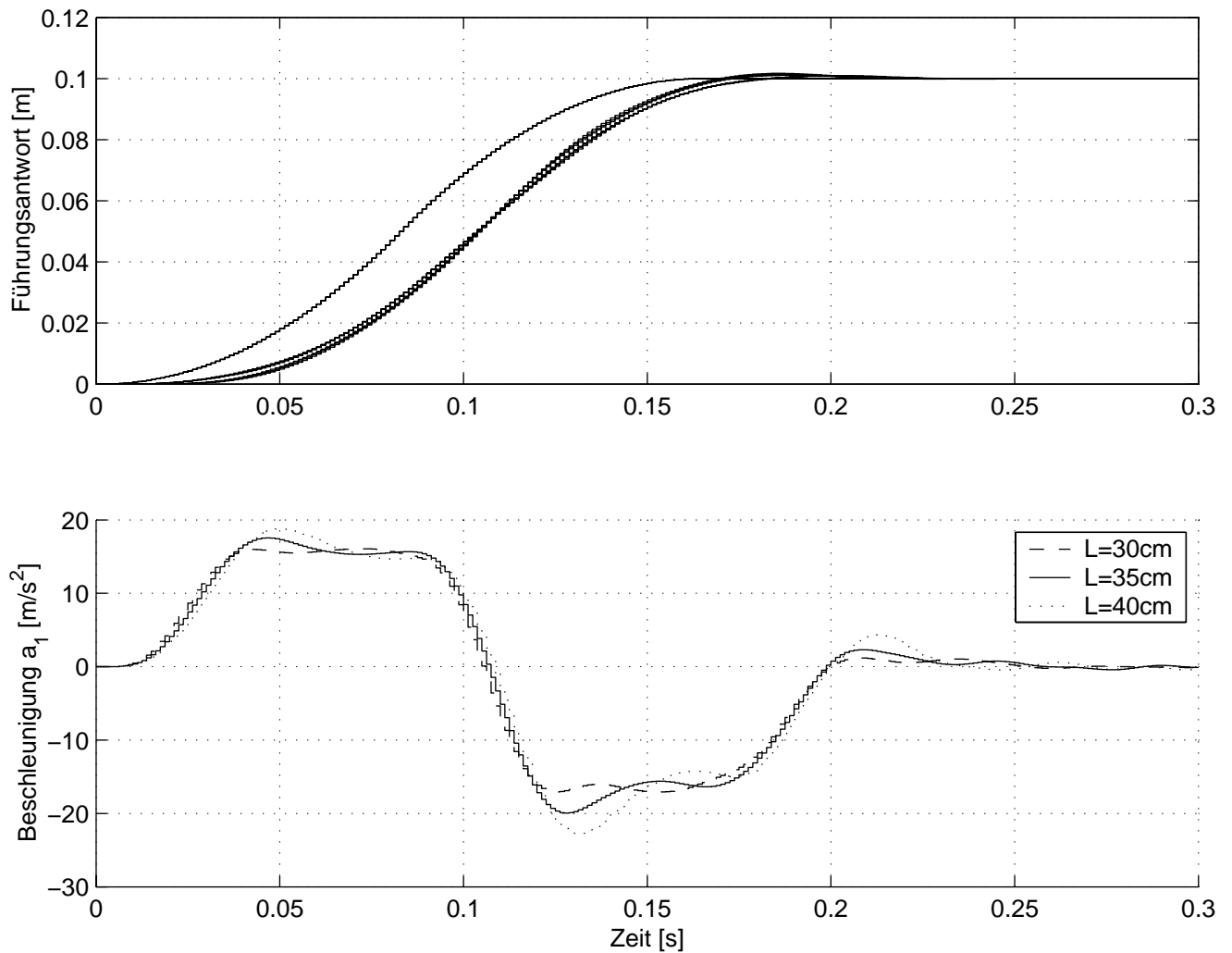


Bild 6.11: Robustheit bei benachbarten Positionen

6.4 Simulation

Wie schon erwähnt wird Robustheit bei benachbarten Positionen erwartet. Das folgende Bild 6.11 zeigt die Verläufe bei einem Sprung um 0.1 m, mit 2 m/s und 15 m/s² bei einem Abstand zwischen m_1 und der Endmasse von $L = 35$ cm.

Eine Simulation des Modells der Regelstrecke bei $L = 35$ cm wurde anhand von Zustandsrückführungen aus zwei benachbarten Positionen $L = 30$ cm und $L = 40$ cm durchgeführt. Bild 6.11 zeigt die Robustheit bei diesen verschiedenen Zustandsrückführungen am gleichen Modell.

7 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die mit dem geregelten Linearmotor erzielten Ergebnisse vorgestellt, die bei verschiedenen Verfahren für die y -Achse und x -Achse aufgenommen wurden. Es wird auch gezeigt, wie mit dem ausgelegten Regler anhand des elastischen Zwei-Massen-Modells des Kapitels 4 für den Fall der Drei-Massen-Regelstrecke die Problematik des Spillovers auftritt. Die Beseitigung dieses Problems wird durch den unvollständigen Zustandsregler des Kapitels 5 dargestellt.

Der Einsatz eines Zustandsreglers und die Auslegung der Zustandsrückführungen anhand des Matrix-Ricatti-Algorithmus zeigen gutes Verhalten bei Regelstrecken mit ausgeprägten Eigenfrequenzen. Für die Lösung des Problems unterschiedlicher Lagen der Endmasse L auf der x -Achse wird auch gezeigt, wie verschiedene Zustandsrückführungen bei gleicher Lage der Endmasse auf der x -Achse gutes Verhalten und Robustheit zeigen.

7.1 Zustandsregler und Spillover

Bild 7.1 zeigt die zwei ausgeprägten Eigenfrequenzen des Versuchsstandes (Bild 5.1) bei einem Abstand zwischen der Masse m_1 und der Endmasse von $L = 55$ cm.

Als erster experimenteller Versuch wird der Effekt des Spillovers auf den Versuchsstand dargestellt. Das Phänomen Spillover tritt ein, wenn bei elastischen Systemen Moden mit höheren Eigenfrequenzen vernachlässigt werden.

Der Zustandsregler mit Zustandsgrößenbeobachter reduzierter Ordnung des Kapitels 4 wurde unter der Berücksichtigung einer ausgeprägten Eigenfrequenz bei 17 Hz in der Regelstrecke ausgelegt. Der Einsatz dieses Reglers in der Regelstrecke des Kapitels 5 mit zwei ausgeprägten Eigenfrequenzen bei 16

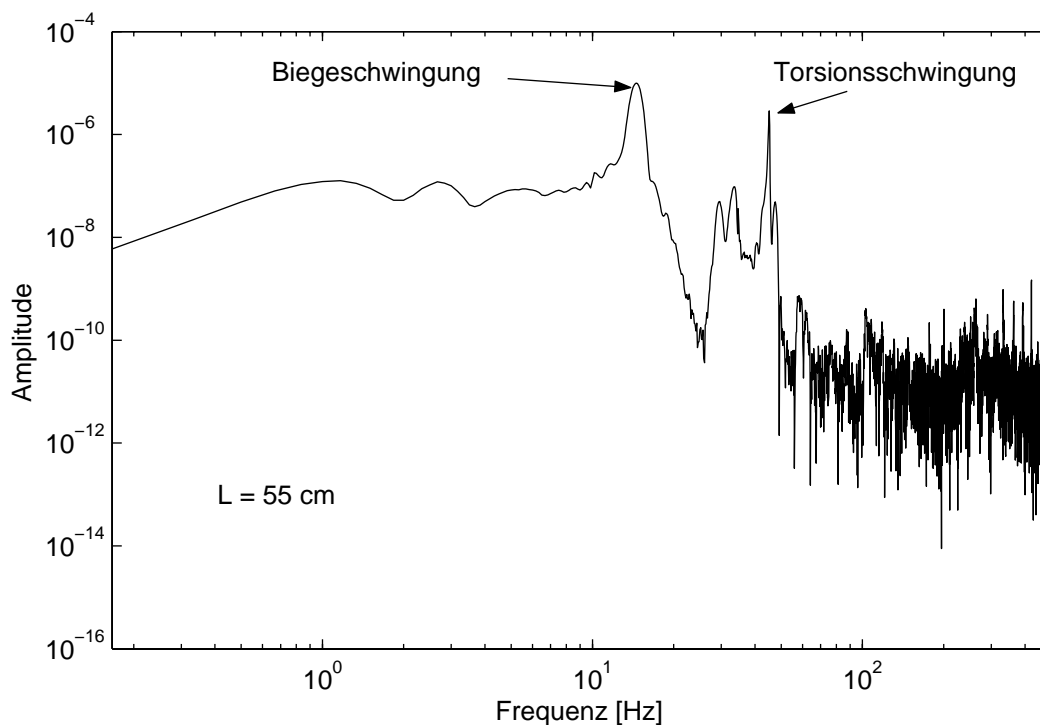


Bild 7.1: Resonanzen der Versuchsmaschine

und 47 Hz wird das Problem des Spillovers hervorrufen. Der Grund dafür ist, dass die Dynamik der zweiten Eigenfrequenz vernachlässigt wurde. Bild 7.2 zeigt das Führungsverhalten dieses Reglers für die Regelstrecke des Kapitels 5. Die Versuche wurden an der realen Anordnung bei einer Abtastfrequenz von 8 KHz durchgeführt.

Bild 7.2 zeigt auch, wie Lage und Geschwindigkeit an der Endmasse wegen des Spillovers ganz verzerrt sind. Diese Signale werden direkt aus dem Beschleunigungssensor gewonnen. Die Vernachlässigung der zweiten Eigenresonanzfrequenz hat ein instabiles System zur Folge.

Bild 7.3 zeigt das Spektrum des Stromes i_{sqIst} . Hier ist eine ausgeprägte Eigenfrequenz des Systems bei ungefähr 47 Hz dargestellt. Diese Eigenfrequenz ist die Torsionsschwingung, die im Kapitel 5 diskutiert wurde.

7.2 Unvollständiger Zustandsregler

Um das Problem des Spillovers zu beseitigen, wird der unvollständige Zustandsregler eingesetzt, der im Kapitel 5 entworfen wurde. Bild 7.4 zeigt ein

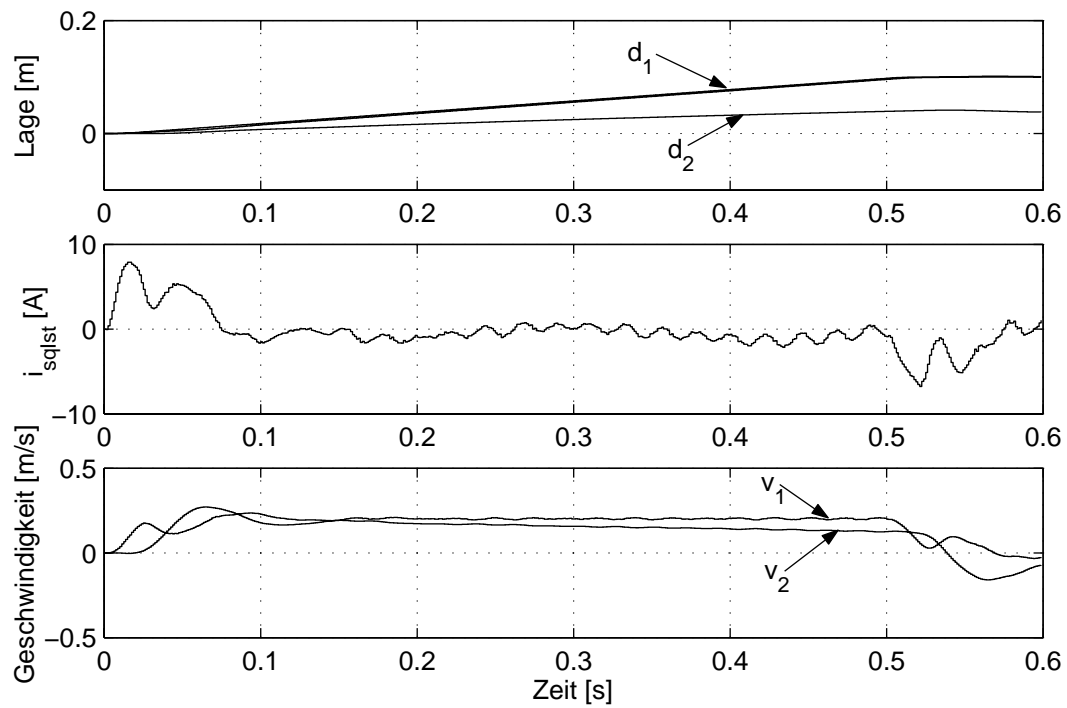


Bild 7.2: Effekt des Spillovers

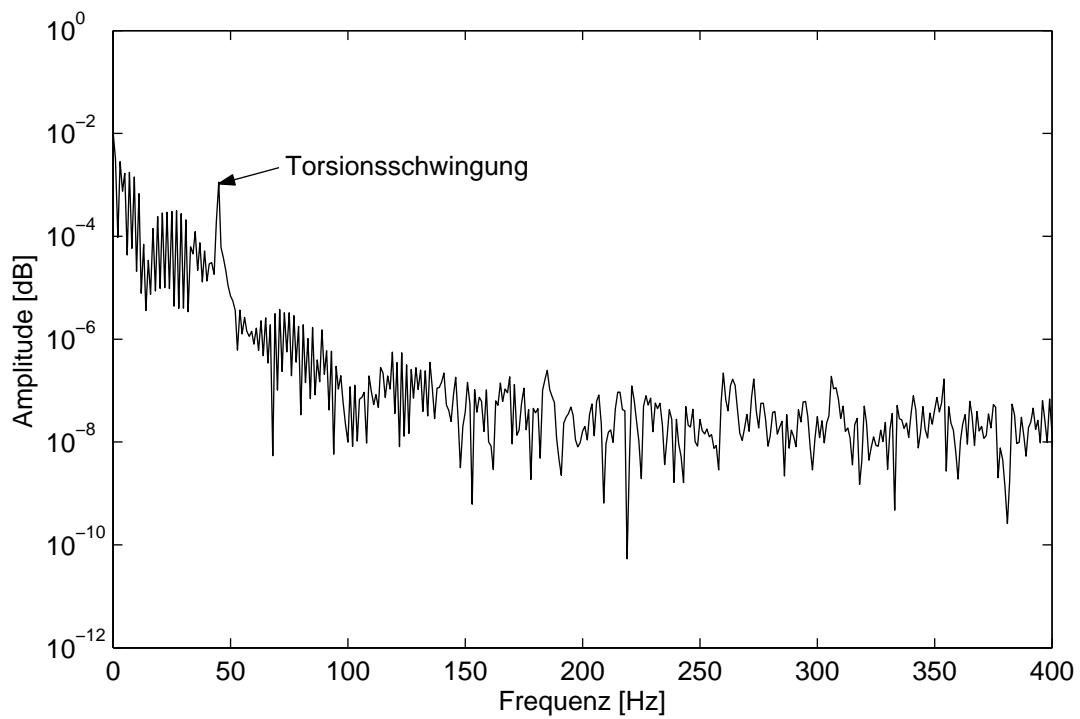


Bild 7.3: Verantwortliche Eigenfrequenz für das Spillover

Führungsverhalten bei einem Abstand zwischen der Masse m_1 und der Endmasse von $L=25$ cm. Bei diesem Abstand werden zwei Eigenfrequenzen bei $f_o = 30$ Hz und $f_1 = 61$ Hz erwartet. Das Bild zeigt, dass der unvollständige Zustandsregler beide Eigenfrequenzen gut gedämpft hat.

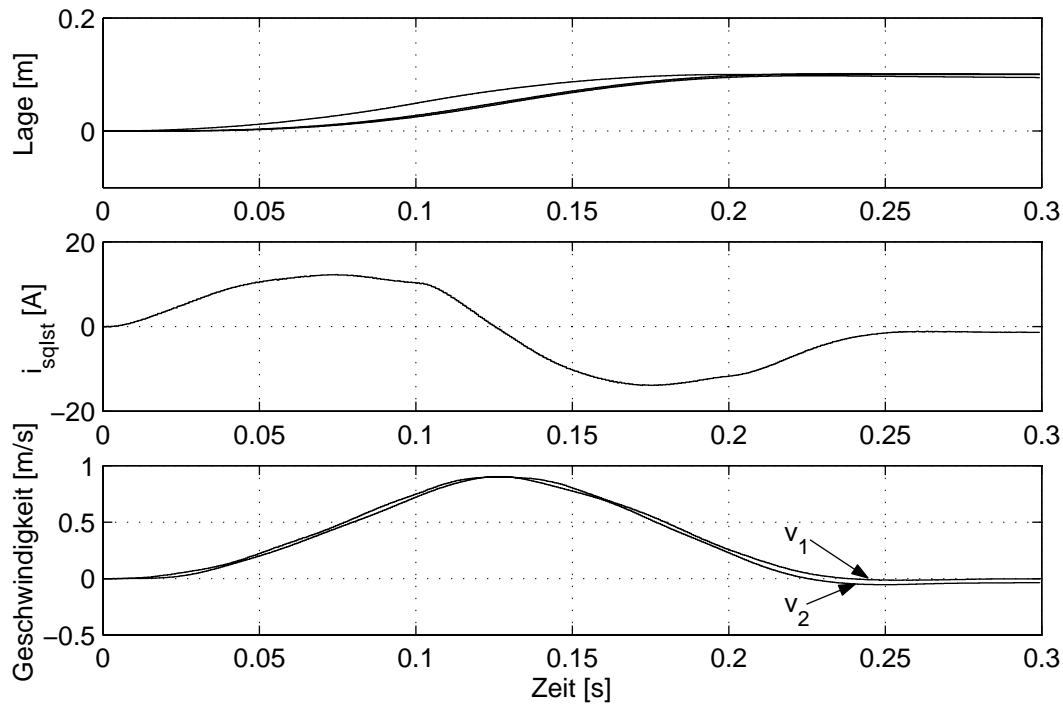
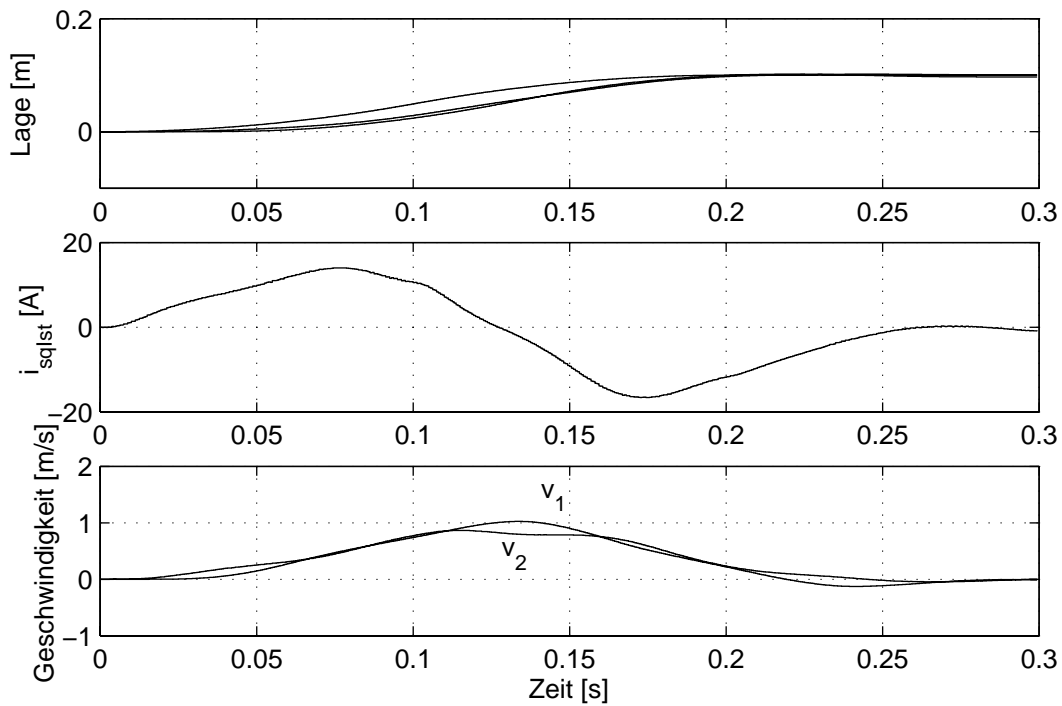


Bild 7.4: Führungsverhalten bei $L=25$ cm

Bild 7.5 zeigt nun ein Führungsverhalten bei einem Abstand zwischen der Masse m_1 und der Endmasse von $L=55$ cm. Hier hat der unvollständige Zustandsregler wieder die zwei erwarteten Eigenfrequenzen bei $f_0 = 15$ Hz und $f_1 = 47$ Hz gut gedämpft.

7.2.1 Robustheit bei verschiedenem Abstand L

Um die Robustheit des Reglers bei verschiedenen Abständen zwischen der Masse m_1 und der Endmasse zu prüfen, wurden einige Verfahrensvorgänge bei verschiedenen Zustandsrückführungen von Nebenpositionen (Bild 6.5) durchgeführt. Bild 7.6 zeigt das Führungsverhalten bei einem Abstand zwischen der Masse m_1 und der Endmasse von $L = 10$ cm mit einem Verfahrensvorgang von $s_{soll} = 10$ cm. An Stelle der Zustandsrückführungen für den Fall $L = 10$

Bild 7.5: Führungsverhalten bei $L=55$ cm

cm wurden die Zustandsrückführungen für den Fall $L = 25$ cm verwendet. Das Bild zeigt eine gute Performance und Robustheit des Reglers.

Verbleibende Abweichungen (Offset) bei der Ermittlung der Geschwindigkeit v_2 und der Lage d_2 der Endmasse aus dem Beschleunigungssensor werden zum großen Teil durch Temperatureffekte des Beschleunigungssensors verursacht. Die Effekte des Offsets wurden anhand des Vorgehens von Kapitel 2 klein gehalten. Obwohl im Allgemeinen die Minimierung dieses Offsets eine schwierige Aufgabe ist, blieb der Positionsfehler klein. Bessere Ergebnisse könnten mit einer Temperaturkompensation oder besseren Beschleunigungssensoren erzielt werden.

Der Entwurf des Beobachters in dieser Arbeit repräsentiert eine relative schwierige Aufgabe, da die übrigen Zustandsgrößen der Regelstrecke (Abschnitt 4.4) aus der Lage der Masse m_1 und den Ströme geschätzt werden müssen. Damit spielen die Ströme eine wichtige Rolle. Da der Linearmotor keine Rastkraftkompensation hat, wirken diese Kräfte als ortsabhängige Störungen auf den Schlitten ein. Dazu wirken auch Reibungskräfte als Störungen, die im Modell nicht berücksichtigt wurden. Damit sind diese Störungen im Strom, der als Stellgröße verwendet wird, bemerkbar.

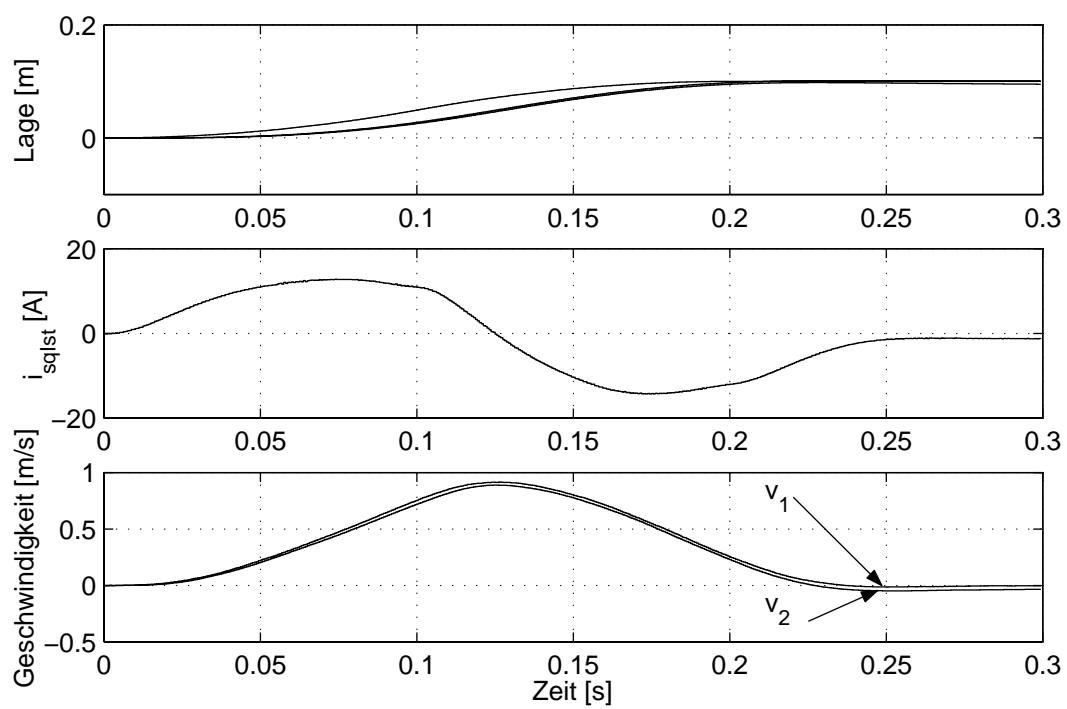


Bild 7.6: Führungsverhalten bei $L=10$ cm mit Zustandsrückführungen von $L=25$ cm

8 Zusammenfassung

Gesteuerte Werkzeugmaschinen mit Linearantrieben gewinnen immer größere Marktbedeutung wegen hoher Leistungen, geringer Verluste und hoher Dynamik. Die Erhöhung der Geschwindigkeit wird von vielerlei Problemen eingeschränkt. Eine Grenze stellen die erregten Eigenschwingungen dar, die bei hohen Fahrgeschwindigkeiten nennenswerten Einfluss haben.

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Methode für die Unterdrückung von Torsions-Biegeschwingungen in einem Prototypen einer Bestückungsmaschine vorgestellt. Das Ziel war nicht nur die Unterdrückung der erregten Eigenschwingungen, sondern auch eine Positionierung der Masse m_3 (Bild 1.1).

Die zur Regelung benötigten Parameter wurden schrittweise identifiziert. Zuerst wurde nur mit zwei Massen (m_1 und m_2) und einem Balken ($B1$) gearbeitet. Daraus wurde ein Modell fünfter Ordnung für die Regelstrecke gewonnen, die die Biegeschwingung modelliert. Um sich der Regelkreisdynamik besser anzunähern, wurde in diesem Modell auch die Dynamik der Stromregler durch ein PT_1 -Glied eingesetzt. Der aktive Regler für diese Regelstrecke wurde anhand einer Zustandsregelung durchgeführt, und die Parameter der Zustandsrückführung wurden über eine Matrix-Ricatti-Differenzengleichung ausgelegt.

Im zweiten Teil des Versuchs wurden ein Balken ($B2$) und eine Masse (m_3) an der Endmasse an einem Kragarm hinzugefügt. Dieser Zusatz ruft eine zweite Eigenschwingung hervor. Diese zweite Eigenschwingung ist eine Torsionsschwingung, die eine neue Methode für die Schwingungsunterdrückung verlangte. Diese Methode wurde in dieser Arbeit *Pseudobiegeschwingung* genannt. Der Name resultiert aus der Näherung der Torsionsschwingung durch eine reine Biegeschwingung. Zu diesem Zweck wurde das Modell fünfter Ordnung in ein Modell siebter Ordnung überführt. Es berücksichtigt beide For-

men von Schwingungen und den Stromregler. Für dieses neue Problem wurde das Konzept einer nicht vollständigen Zustandsregelung verwendet.

Für eine bessere Annäherung an eine reale Bestückungsmaschine wurde die Endmasse auf der x -Achse bei verschiedenen Positionen betrachtet. Für diesen Fall wurden alle 5 cm die neuen benötigten Parameter für die Auslegung der Zustandsregelung identifiziert. Dafür wurde das Konzept des gesteuerten adaptiven Reglers eingesetzt, da hier die entsprechenden Modelle für die verschiedenen Lagen der Endmasse im voraus bekannt sind. Die Matrix-Ricatti-Differenzengleichung wurde auch hier für die Auslegung der Parameter der Zustandsrückführung verwendet.

8.1 Ausblick

Anhand neuer, innovativer Strukturtechnologien und hoher Rechnerleistungen wird in Zukunft eine bessere Qualität und Performance in der Unterdrückung von Vibrationen schwingungsfähiger Systeme erreicht. Eine dieser neuen Technologien ist die Adaptronik. Diese noch junge Strukturtechnologie eignet sich für eine aktive Lärm- und Schwingungsunterdrückung. Diese neuen Aufgaben verlangen noch bessere Modelle, die mit komplexerer Software wie z.B. der Finite-Elemente-Methode erzeugt werden. Hierzu muss eine bessere Zusammenarbeit zwischen Maschinenbau, Regelungstechnik und Informatik erfolgen, um aus der Mechatronik im nächsten Schritt die Adaptronik zu entwickeln. Die Adaptronik ist so gesehen ein weiteres Teilgebiet der Mechatronik mit Basiswissen aus Materialwissenschaft, Strukturmechanik, Aktorik, Sensorik, Mess- und Regelungstechnik.

Die Hauptcharakteristik der Adaptronik ist die Verwendung von multifunktionalen Materialien, die als Aktor und/oder Sensor eingesetzt werden können. Technisch relevante Beispiele für solche Materialien sind piezoelektrische Keramiken und Folien, elektrostriktive Keramiken, magnetostriktive Legierungen, Formgedächtnislegierungen, Polymergele, optische Fasern und magneto- oder elektrorheologische Fluide.

Ein wichtiges Anwendungsfeld für solche multifunktionalen Werkstoffsysteme ist die aktive Schwingungs- und Schallreduktion. Ein Ziel der Adaptronik in der Zukunft ist die Integration der Aktoren und Sensoren ins Struktursystem

(Bild 8.1). Diese Struktursysteme werden damit multifunktional, selbständig und anpassungsfähig.

Mögliche Anwendungen in diesem Sinne sind schon in [22], im Bereich der Verkehrstechnik, der Vibrationsminderung am Manipulatorsystem und der Formkontrolle an Reflektoren zu finden. In [68] wird über den Einsatz einer Smart-Struktur mit eingebautem Sensor und Aktor berichtet, die mit Hilfe von neuronalen Netzwerken gesteuert wurde. Dieser Ansatz zeigt eine bessere Performance als der konventionelle Einsatz mit Beschleunigungssensoren zur aktiven Schwingungsunterdrückung.

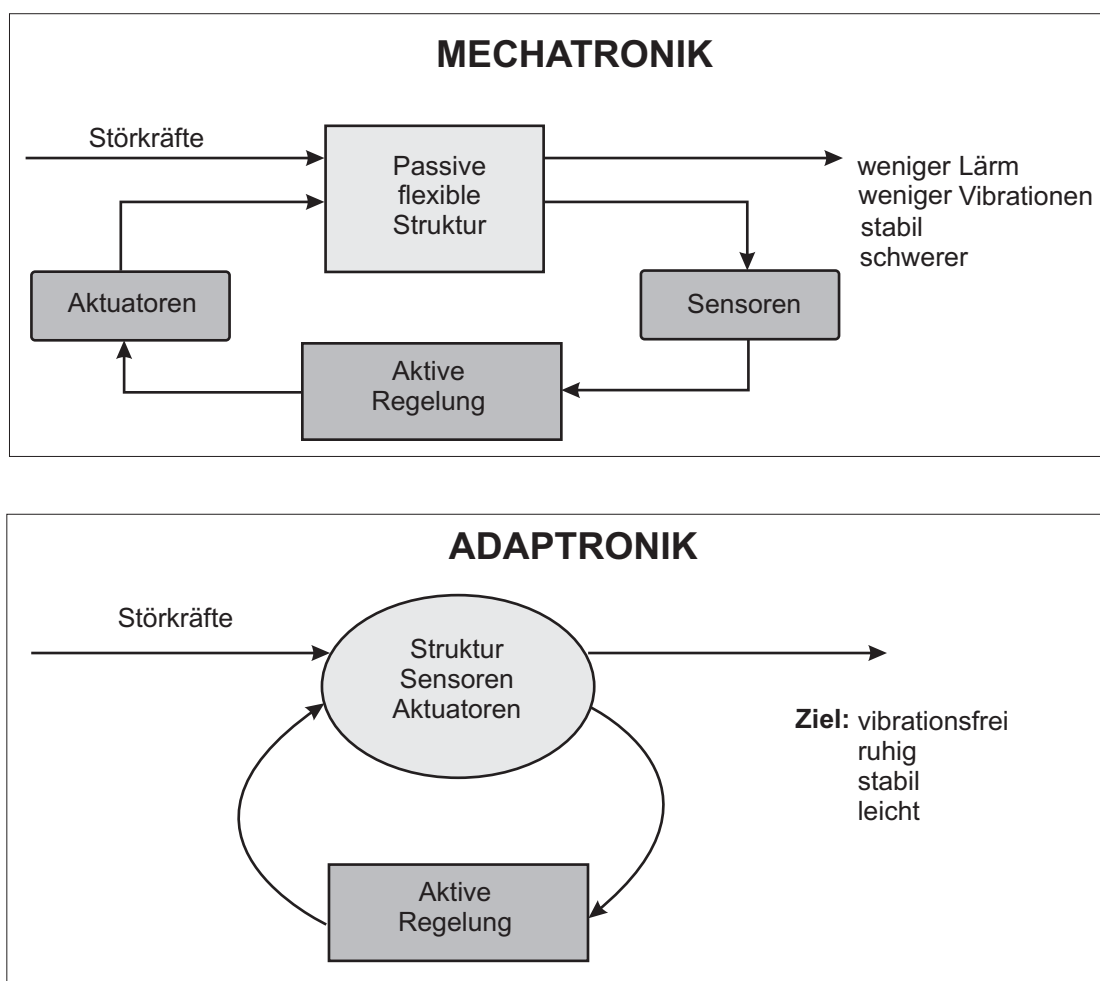


Bild 8.1: Vergleich des mechatronischen und adaptronischen Systems

Literatur

- [1] Karl J. Åström, Björn Wittenmark, *Computer Controlled Systems*, Prentice Hall, 1997.
- [2] Catalin F. Baicu, Christopher D. Rahn, Darren M. Dawson, "Backstepping Boundary Control of Flexible-Link Electrically Driven Gantry Robots", *IEEE \ ASME Transactions On Mechatronics*, vol.3(1), 1998.
- [3] Mark J. Balas, "Feedback Control of Flexible Systems", *IEEE Transactions On Automatic Control*, vol.23(4), 1978.
- [4] P. Van Den Braembussche, J. Swevers, H. Van Brussel, P. Vanherck, "Accurate Tracking Control Of Linear Synchronous Motor Machine Tool Axes", *Mechatronics*, vol.6(5), pp. 507-521, 1996.
- [5] Marcus Brand, *Robuste Regelung eines nichtlinearen Resonanzprüfstands*. Dissertation, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig, 2000.
- [6] Axel Brickwedde, *Selbsteinstellender On-Line Adaptiver Regler Auf Mikrorechnerbasis Für Elektrische Antriebe*. Dissertation, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig, 1985.
- [7] Christoph Brunotte, *Regelung und Identifizierung von Linearmotoren für Werkzeugmaschinen*. Dissertation, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig, 2001.
- [8] A. E. Bryson, Y. C. Ho, *Applied Optimal Control*. John Wiley & Son, 1975.
- [9] Jeffrey B. Burl, *Linear Optimal Control*, Addison-Wesley, 1998.

- [10] E. Ceretti, G. Maccarini, Francesco Cotta-Ramusino, L. Milani, "Mit FEM Schwingungsstabilität neu bestimmen", *Werkstatt und Betrieb*, vol.128(5), pp. 356-360, 1995.
- [11] J. C. Doyle, G. Stein, "Robustness with Observers", *IEEE Transactions On Automatic Control*, vol.24(4), 1979.
- [12] Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press, 1984.
- [13] Ewins, D. J., Rao, S. S., *Encyclopedia of Vibration*, Academic Press, pp. 1046-1055, 2001.
- [14] Otto Föllinger, *Regelungstechnik*, Hüthig 1994.
- [15] Gene F. Franklin, J. David Powell, Michael L. Workman, *Digital Control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley, 1990.
- [16] W. K. Gawronski, "A Balanced LQG Compensator for Flexible Structures", *Automatica*, vol. 30(10), pp. 1555-1564, 1994.
- [17] W. K. Gawronski, J. T. Sawicki, "Balanced Dissipative Controllers for Flexible Structures", *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 119(3), pp. 5-9, 1997
- [18] W. K. Gawronski, *Dynamics and Control of Structures. A modal Approach*, Springer-Verlag, 1998.
- [19] Michel Géradin, *Mechanical Vibrations*, John Wiley & Son, 1997.
- [20] Marcus R. Grobe, *Ordnungsreduktion von Reglern unter Einhaltung eines Kriteriums für die Regelqualität*, Diplomarbeit, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig, 1998.
- [21] Peter Hagedorn, *Technische Schwingungslehre II*, Springer-Verlag, 1989.
- [22] Holger Hanselka, "Adaptronik und Fragen zur Systemzuverlässigkeit", *Produktautomatisierung atp*, vol. 44(2), 2002.
- [23] Jürgen Haug, *Zur Modellierung aktiv geregelter elastischer Mehrkörpersysteme*, VDI Verlag GmbH, 1996.
- [24] Peter Hippe, *Zustandsregelung*, Springer-Verlag, 1985.
- [25] Rolf Isermann, *Digitale Regelsysteme. Band I*, Springer-Verlag, 1987.

- [26] Rolf Isermann, *Digitale Regelsysteme. Band II*, Springer-Verlag, 1987.
- [27] Joshi, S. M., *Control of large flexible space structures*, Springer-verlag, 1988.
- [28] G. Juen, M. Zeitz, "Regelung der Azimutbewegung eines 30 m-Radioteleskops", *Regelungstechnik*, vol. 31(4), pp. 132-137, 1983.
- [29] Uwe Jürgens, *Entwicklung eines Regelungsprogramms für einen synchronen und asynchronen Linearmotor auf einem Signalprozessor.*, Diplomarbeit, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig 1995.
- [30] H. Kellermann, F. Kilger, "Realisierung eines Vorschubantriebs auf Basis eines Linearmotors und Einbindung in eine CNC-Steuerung", *SPS\IPC\DRIVES\ 97 Tagungsband*, pp. 325-334, 1997.
- [31] Weng Khuen Ho, Chang Chieh Hang, Junhong Zhou, "Self-Tuning PID Control of a Plant with under-Damped Response with Specifications on Gain and Phase Margins", *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, vol. 5(4), pp. 446-452, 1997.
- [32] Sönke Kock, *Parallelroboter mit Antriebsredundanz*. Dissertation, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig, 2001.
- [33] E. Kolev, K. Zimmerman, "Optimierung Schwingungsfähiger Systeme in der Entwurfsphase", *Konstruktion*, vol. 51(1), pp. 33-35, 1999.
- [34] Vladimír Kučera, "Diophantine Equations in Control -A Survey", *Automatica*, vol. 29(6), pp. 1361-1375, 1993.
- [35] Benjamin C. Kuo, *Digital Control Systems.*, Oxford University Press, 1992.
- [36] Werner Leonhard, *Digitale Signalverarbeitung in der Meß- und Regelungstechnik*, Teubner Studienbücher, 1988.
- [37] Zheng-Hua Luo, "Direct Strain Feedback Control of Flexible Robot Arms: New Theoretical and Experimental Results", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38(11), pp. 1610-1622, 1993.
- [38] Zheng-Hua Luo, Nobuyuki Kitamura, Bao-Zhu Guo, "Shear Force Feedback Control of Flexible Robot Arms", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11(5), pp. 760-765, 1995.

- [39] Jan Marian Maciejowski, *Multivariable Feedback Design*, Addison- Wesley, 1989.
- [40] Magnus, K., Popp, K., *Schwingungen*, B.G. Teubner Stuttgart, 1996.
- [41] Nuno M. M. Maia, Julio M. M. Silva, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press, 1997.
- [42] Fomitoshi Matsuno, Toshihiko Murachi, Yoshiyuki Sakawa, "Feedback Control of Decoupled Bending and Torsional Vibrations of Flexible Beams", *Journal of Robotic Systems*, vol. 11(5), pp. 341-353, 1994.
- [43] Kenneth G. McConnell, *Vibration Testing, Theory and Practice*, John Wiley & Son, 1995.
- [44] Peter H. Meckl, Roberto Kinceler, "Robust Motion Control of Flexible Systems Using Feedforward Forcing Functions", *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, vol. 2(3), pp. 245-254, 1994.
- [45] Ulfert Meiners, *Ein Beitrag zur on-line adaptiven Regelung elektromechanischer Antriebsregelstrecken*. Dissertation, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig, 1997.
- [46] Kai Müller, *Ein Entwurfsverfahren für selbsteinstellende robuste Regelungen*. Dissertation, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig, 1991.
- [47] Indra Narayan Kar, Kazuto Seto, Fumio Doi. "Multimode Vibration Control of a Flexible Struktüre Using H_{∞} -Based Robust Control", *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*. Vol.5(1), pp. 23-31, 2000.
- [48] N.N., *Schwingungsmessung*, Broschure Brüel & Kjaer, 1986.
- [49] Katsuhiko Ogata, "System Dynamics -Third Edition", Prentice Hall International, 1998.
- [50] Hiroshi Okubo, "Integrated Structural/Control Design for Robust Vibration Control of Flexible Structures", *at -Automatisierungstechnik*, vol. 48(11), pp. 539-546, 2000.
- [51] Gerco Otten, Theo J. A. de Vries, Job van Amerongen, Adrian M. Ranners, Erik W. Gaal, "Linear Motor Motion Control Using a Learning Feedforward Controller", *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*. vol.2(3), pp. 179-187, 1997.

- [52] Lucy Y. Pao, Timothy N. Chang, Edwin Hou, "Input Shaper Designs for Minimizing the Expected Level of Residual Vibration in Flexible Structures", *Proceedings of the American Control Conference*, Albuquerque, NM. June 1997.
- [53] Philipp, Werner, *Regelung mechanisch steifer Direkantriebe für Werkzeugmaschinen*, Springer-Verlag, 1992.
- [54] Aurelio Piazzzi, Antonio Visioli, "Minimum-Time System-Inversion-Based Motion Planning for Residual Vibration Reduction", *IEEE\ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 5(1), 2000.
- [55] S. O. Reza Moheimani, Hemanshu R. Pota, Ian R. Petersen, "Spatial balanced model reduction for flexible structures", *Automatica*, vol. 35(2), pp. 269-277, 1999.
- [56] Werner Roddeck, *Einführung in die Mechatronik*, B. G. Teubner, 1997.
- [57] D. de Roover, F. B. Sperling, "Point-to-point control of a high accuracy positioning mechanism", *Selected Topics in Identification, Modelling and Control*, vol. 10(12), 1997.
- [58] Yoshiyuki Sakawa, Zheng Hua Luo, "Modeling and Control of Coupled Bending and Torsional Vibrations of Flexible Beams", *Transactions on Automatic Control*, vol. 34(9), pp. 970-977, 1989.
- [59] Guido Seeger, *Selbsteinstellende, Modellgestützte Regelung Eines Industrieroboters*. Dissertation, Institut für Regelungstechnik, TU Braunschweig, 1991.
- [60] Mark Serridge, Torben R. Licht, *Piezoelectric Accelerometer and Vibration Preamplifier Handbook*, Brüel & Kjaer, 1987.
- [61] William Singhose, Neil Singer, Warren Seering, "Comparison of Command Shaping Methods for Reducing Residual Vibration", *Proceedings of the 1995 European Control Conference*. 1995.
- [62] S. Timoshenko, D.H.Young, *Vibration Problems in Engineering*, D. Van Nostrand Company, 1959.
- [63] Hans Kurt Tönshoff, Richard Kaak, "Steifigkeitsbestimmung bei Walzumlauufführungen", *VDI-Z Special Antriebstechnik*, April, 1998.

-
- [64] Torrez Torres, Jorge, *Diseño de Reguladores Adaptables*, Tesis de Maestría, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, 1995.
 - [65] Heinz Unbehauen, *Regelungstechnik Bd. III*, Vieweg Verlag, 1985.
 - [66] Kyuichiro Washizu, *Variational Methods in Elasticity and Plasticity*, Pergamon Press, 1975.
 - [67] Jens Wittenburg, *Schwingungslehre*, Springer-Verlag, 1996.
 - [68] S. M. Yang, G. S. Lee, "Vibration Control of Smart Structures by Using Neural Networks", *Journal of Dynamic Systems, measurement and Control*, vol. 119(3), pp. 34-39, 1997.
 - [69] E. Zäh, G. Brandenburg, "Das erweiterte Dämpfungsoptimum", *Automatisierungstechnik*, vol. 35(7), pp. 275-283, 1987.